

文章编号: 2095-2163(2020)01-0109-04

中图分类号: TH161

文献标志码: A

# 基于优化粒子群算法的铰链孔系同轴度误差评定

金 波, 张立强

(上海工程技术大学 机械与汽车工程学院, 上海 201620)

**摘 要:** 利用最小包容区域法建立了铰链孔系同轴度误差的通用数学模型。针对传统粒子群算法存在收敛速度过快、全局搜索能力差、粒子之间对比关系弱等问题, 提出线性递减的平衡因子, 线性递减的个体成长因子和线性递增的种群成长因子, 在 Matlab 中利用优化的粒子群算法评定同轴度误差, 并用最小二乘法验证。实验结果表明, 优化后的粒子群算法性能得到了明显的改善。

**关键词:** 优化粒子群算法; 铰链孔系; 同轴度误差; 最小包容区域法; 最小二乘法; Matlab

## Coaxiality error evaluation of hinged hole system based on optimized particle swarm optimization

JIN Bo, ZHANG Liqiang

(School of Mechanical and Automotive Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

**[Abstract]** A general mathematical model of the coaxiality error of the hinged hole system is established by the minimum containment area method. Aiming at the problems of traditional particle swarm optimization algorithm that the convergence speed is too fast, the global search ability is poor, and the contrast relationship between particles is weak, a linearly decreasing balance factor, a linearly decreasing individual growth factor and a linearly increasing population growth factor are proposed, which are utilized in Matlab. The optimized particle swarm optimization algorithm evaluates the concentricity error, which is verified with the least squares method. The experimental results show that the performance of the optimized particle swarm optimization algorithm is significantly improved.

**[Key words]** optimized particle swarm optimization; hinged hole system; coaxiality error; minimum containment area method; least squares; Matlab

### 0 引言

铰链孔系类零件作为一种特殊零件广泛应用于航空航天领域, 例如战斗机的折叠翼、卫星的太阳能电池板收缩装置等, 因其具有孔径小、孔数多、相邻孔间距小、分布距离大等特点, 导致其同轴度误差难以测量评定。Liu 等人<sup>[1]</sup>研究了滑阀内孔特性及对阀套的评价要求, 提出了一种基于改进遗传算法 (GAS) 结合最小二乘法的空间直线度误差评估方法, 该方法没有单独讨论同轴度误差; Utpal 等人<sup>[2]</sup>提出在计算机辅助自动检测环境中, 将基于计算几何的技术和数值分析方法应用于圆柱面公差分析, 该方法将同轴度误差归于圆柱度误差评定; 肖洒等人<sup>[3]</sup>提出一种新的同轴度误差模型, 但是依旧采用评定圆柱度误差的方法评定; 田树耀等人<sup>[4]</sup>将同轴度误差转换为圆度误差, 利用 Matlab 自带的功能评定同轴度误差, 文中并没有验证; 本文将优化的粒子群算法用于铰链孔系同轴度误差评定, 通过三坐标测点, 并利用 Matlab 实验仿真, 验证方案的可行性。

### 1 铰链孔系同轴度误差的数学描述

如图 1 所示, 空间曲线 AB 为被测铰链孔系的实际轴线, b 为理想轴线, 则同轴度误差为实际轴线相对于理想轴线的偏移量。利用最小包容区域法<sup>[5]</sup>, 最小包容圆柱体截面圆的直径  $\phi D$  也即同轴度误差值。利用最小条件准则<sup>[6]</sup>, 被测圆柱面圆截面的圆心到基准圆柱面的基准轴线距离的 2 倍值, 也即所求同轴度误差值。

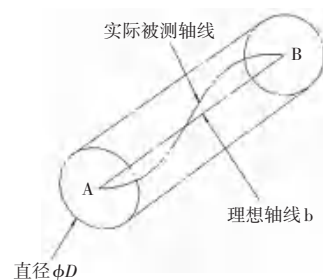


图 1 同轴度误差数学模型

Fig. 1 Mathematical model of coaxiality error

#### 1.1 基准圆柱面公共轴线方程

假设基准圆柱面公共轴线的方程为:

**作者简介:** 金 波 (1995-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向: 机械设计制造及其自动化; 张立强 (1979-), 男, 博士, 教授, 主要研究方向: 数控技术、制造自动化。

收稿日期: 2019-10-23

$$\frac{x-a}{e} = \frac{y-b}{f} = \frac{z-c}{g}, \quad (1)$$

利用三坐标测出基准圆柱面上点的空间坐标,

$$d_i = \sqrt{\frac{(x_i - a)^2 + (y_i - b)^2 + (z_i - c)^2 - [e(x_i - a) + f(y_i - b) + g(z_i - c)]^2}{e^2 + f^2 + g^2}}, \quad (2)$$

所求基准轴线的参数需满足下列关系式:

$$F(a, b, c, e, f, g) = \min(d_{\max} - d_{\min}). \quad (3)$$

其中,  $d_{\max}$  为  $d_i$  最大值,  $d_{\min}$  为  $d_i$  最小值。

## 1.2 被测圆心坐标位置

假设被测圆柱面第  $j$  个圆截面方程为:

$$(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 = r^2, \quad (4)$$

其中,  $x_j, y_j$  为第  $j$  个圆截面的圆心坐标。

通过三坐标测点:  $P'(x'_j, y'_j, z'_j), j = 0, 1, 2, \dots, k,$

由此可求得理想圆心的距离为:

$$d'_i = \sqrt{(x'_i - x_j)^2 + (y'_i - y_j)^2}, \quad (5)$$

理论圆心所在位置应满足下式:

$$F(x_j, y_j) = \min(d'_{\max} - d'_{\min}). \quad (6)$$

其中,  $d'_{\max}$  为  $d'_i$  最大值,  $d'_{\min}$  为  $d'_i$  最小值。

## 2 优化粒子群算法

粒子群优化算法是由 Kennedy 等人<sup>[7]</sup>在 1995 年提出的一种进化算法,通过迭代,将当前位置与个体最佳位置 ( $PBest$ ) 和种群最佳位置 ( $GBest$ ) 作对比,保留粒子的最佳位置。粒子群算法的适用性强,搜索效率相对较高,但是粒子群优化算法存在收敛速度过快、全局搜索能力差、粒子之间对比关系弱等问题。因此需要优化传统算法。对此可做阐释论述如下。

### 2.1 粒子群算法的基本原理

粒子之间不断地对比推进,不断更新,在收敛条件的约束下,得到最佳值。

假设  $N$  维空间中粒子数量为  $m$ , 第  $i$  个粒子的位置和速度分别为:

$$X_i = (X_i^1, X_i^2, X_i^3, \dots, X_i^N), \quad (7)$$

$$V_i = (V_i^1, V_i^2, V_i^3, \dots, V_i^N), \quad (8)$$

其数学描述为:

$$V_i(t+1) = \omega V_i(t) + c_1 r_1 [P_{ipbest} - X_i(t)] + c_2 r_2 [P_{gbest} - X_i(t)], \quad (9)$$

$$X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1). \quad (10)$$

其中,  $\omega$  表示平衡因子;  $P_{ipbest}$  表示经过  $t$  次搜索后代号为  $i$  的粒子的个体最佳值;  $P_{gbest}$  表示经过  $t$  次搜索后代号为  $i$  的粒子的全局最佳值;  $c_1$  表示粒子的个体成长因子;  $c_2$  表示粒子的种群成长因子;  $c_1$  和  $c_2$  表示 0~1 之间的随机均布数。

则根据点到直线的距离公式可知,测量点:  $P(x_i, y_i, z_i), i = 0, 1, 2, \dots, j,$  到公共轴线的距离可表示为:

### 2.2 平衡因子优化

平衡因子  $\omega$  影响整个更新过程。较大的  $\omega$  确保粒子的搜索范围;较小的  $\omega$  在粒子的搜寻过程中能够保证搜索的精确性,提高算法的精度。因此,针对传统粒子群算法过早收敛以及精度不高等问题,可将平衡因子作线性递减处理<sup>[8]</sup>。

平衡因子  $\omega$  随算法迭代的变化公式为:

$$\omega = Z - \frac{t * (\omega_1 - \omega_{t_{\max}})}{t_{\max}}. \quad (11)$$

其中,  $Z$  表示 0~2 的常数;  $t$  表示当前搜索代数;  $t_{\max}$  表示最大搜索代数;  $\omega_1$  表示平衡因子初值;  $\omega_{t_{\max}}$  表示  $t_{\max}$  次迭代的平衡因子值。

### 2.3 成长因子优化

早期的搜索过程,粒子需要在大范围内搜寻,为了避免搜寻区域过小,粒子陷入局部搜索,需要赋予粒子较大的个体学习能力以及较小的种群学习能力。随着搜索的不断加深,搜索范围逐步减少,粒子需要局部搜索,提高相互对比关系,即赋予粒子较小的个体学习能力和较大的种群学习能力。因此,采用不同的变化关系表明成长因子的变化过程,即:

$$c_1 = c_{1_{\max}} - \frac{c_{1_{\max}} - c_{1_{\min}}}{t_{\max}} * t, \quad (12)$$

$$c_2 = c_{2_{\min}} + \frac{c_{2_{\max}} - c_{2_{\min}}}{t_{\max}} * t. \quad (13)$$

其中,  $c_{1_{\max}}$  表示  $c_1$  的初始值;  $c_{1_{\min}}$  表示迭代  $t_{\max}$  次的值;  $c_{2_{\min}}$  表示  $c_2$  的初始值;  $c_{2_{\max}}$  表示迭代  $t_{\max}$  次的值;  $t$  表示当前搜索代数;  $t_{\max}$  表示最大搜索代数。

### 2.4 优化粒子群算法性能测试

通过 Matlab 软件对 Ras 函数 (Rastrigin's Function) 进行测试。

Ras 函数为:

$$f(x) = 20 + x_1^2 + x_2^2 - 10(\cos 2\pi x_1 + \cos 2\pi x_2) \quad x_1, x_2 \in [-5, 5]$$

当  $(x_1, x_2) = (0, 0)$  时有全局最佳值 0。

这里,优化粒子群算法的系数设置为:  $\omega_1 = 1.2, \omega_{t_{\max}} = 0.2, c_{1_{\max}} = 2.5, c_{1_{\min}} = 0.5, c_{2_{\max}} = 2.5, c_{2_{\min}} = 0.5$ 。

传统粒子群算法的系数设置为:  $\omega = 0.729, c_1 =$

$c_2 = 1.494\ 45^{[9]}$ 。粒子群规模为 30, 最大搜索代数为 500, 测试次数为 30 次。测试结果见表 1, 算法运行对比曲线如图 2 所示。图 2 中, data1、data2 分别表示改进及传统粒子群算法结果。

表 1 测试函数对比表

Tab. 1 Test function comparison table

算法	最佳值	收敛次数	平均收敛代数
传统粒子群算法	0.029 7	30	299
优化粒子群算法	0.014 2	30	269

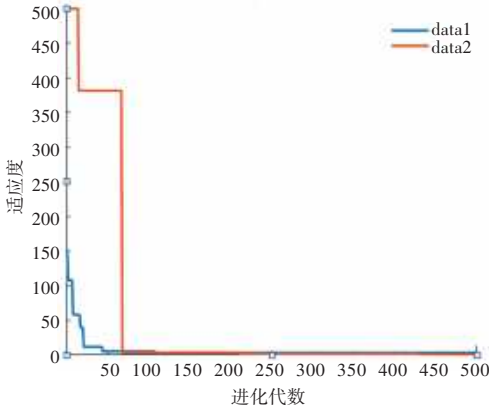


图 2 算法对比图

Fig. 2 Algorithm comparison chart

由表 1 和图 2 可知, 优化后的粒子群算法搜索速度和精度显著提高, 搜索结果更加精确。

### 3 同轴度误差评定步骤

根据优化的粒子群算法, 求解基准圆柱面轴线方程时, 适应度函数为:

$$F_1 = \frac{1}{F(a, b, c, e, f, g)} = \frac{1}{\min(d_{\max} - d_{\min})}, \quad (14)$$

求解被测圆柱面圆截面圆心位置方程时, 适应度函数为:

$$F_2 = \frac{1}{F(x_j, y_j)} = \frac{1}{\min(d'_{\max} - d'_{\min})}. \quad (15)$$

研究推得同轴度误差评定步骤详述如下。

**Step 1 参数设置。**由文献[10]得, 取  $N = 30$ ; 常数  $Z = 1.5$ ; 最大平衡因子  $\omega_1 = 1.2$ ; 最小平衡因子  $\omega_{i_{\max}} = 0.2$ ; 个体成长因子  $c_1$  的  $c_{1_{\max}} = 2.5$ , 终值  $c_{1_{\min}} = 0.5$ ; 种群成长因子  $c_2$  的  $c_{2_{\min}} = 0.5$ , 对应终值  $c_{2_{\max}} = 2.5$ ; 最大搜索次数为 500。

**Step 2 随机产生粒子。**分别表示为:

$$X_i^0 = (a_i^0, b_i^0, c_i^0, e_i^0, f_i^0, g_i^0)$$

$$V_i^0 = (V_i^{a0}, V_i^{b0}, V_i^{c0}, V_i^{e0}, V_i^{f0}, V_i^{g0})$$

$$X_i^0 = (x_i^0, y_i^0)$$

$$V_i^0 = (V_i^{x0}, V_i^{y0})$$

**Step 3** 根据公式(14)、公式(15)计算函数的适应值。

**Step 4** 储存群体最佳值  $P_{gbest}$  和个体最佳值  $P_{ipbest}$ 。

**Step 5** 根据公式(11)~(13)更新系数。

**Step 6** 根据公式(9)~(10)更新粒子的位置和速度。

**Step 7** 更新群体最佳值  $P_{gbest}$  和个体最佳值  $P_{ipbest}$ 。

**Step 8** 若粒子达到收敛边界, 则停止搜索, 输出函数值; 若粒子未达到收敛边界, 则再次搜索。

### 4 应用实例

综上探讨了铰链孔系同轴度误差评定的方法和步骤, 现在通过一个实例进行验证。用三坐标测量仪测得的某铰链孔系截面圆上任意一点的坐标见表 2, 利用三坐标测量仪和激光跟踪仪拟合得到的同轴度误差值见表 3。

表 2 截面圆测点坐标

Tab. 2 Cross-section circle measurement point coordinates mm

组别	序号	x	y	z
1	1	-213.633 215	-300.313 077	331.289 116
	2	-208.110 900	-300.049 507	281.580 346
	3	-213.679 208	-212.237 075	331.621 290
	4	-209.137 574	-211.990 803	281.833 962
	5	-194.450 675	-123.767 651	331.410 531
	6	-200.621 476	-123.727 319	281.795 880
	7	-209.653 593	-36.217 797	332.299 649
	8	-209.294 012	-36.063 926	282.313 259
	9	-207.318 133	51.983 005	332.381 161
	10	-209.176 660	52.110 280	282.421 539
2	1	-208.243 477	-300.018 549	331.741 428
	2	-205.412 688	-299.780 286	281.824 605
	3	-217.965 281	-212.367 837	331.121 159
	4	-211.320 072	-212.035 873	281.579 847
	5	-208.852 294	-123.930 643	332.150 713
	6	-207.819 837	-123.706 542	282.155 066
	7	-221.821 564	-36.621 501	331.452 175
	8	-215.353 633	-36.257 870	281.880 797
	9	-217.590 593	51.746 782	332.224 342
	10	-214.320 860	52.006 724	282.339 202
3	1	-189.241 147	-337.163 874	331.047 414
	2	-195.439 266	-337.398 287	281.429 996
	3	-200.564 168	-249.422 317	331.897 735
	4	281.925 923	-249.563 150	281.925 923
	5	-190.838 864	-161.177 591	330.951 071
	6	-198.321 405	-161.485 114	281.530 620
	7	-203.179 405	-73.380 667	332.135 033
	8	-205.547 130	-73.575 169	282.178 107
	9	-192.328 552	14.784 546	330.774 439
	10	-201.202 053	14.444 866	281.559 215

表3 同轴度误差值

Tab. 3 Concentricity error value mm

测量仪器	拟合数据(均值)
三坐标测量仪	0.036
激光跟踪仪	0.047

#### 4.1 优化粒子群算法评定

表4为同轴度误差的拟合结果。图3为100次测试后产生的拟合轴线分布图,测试结果表明,拟合轴线无限趋近某条直线,并围绕该直线离散分布。测试1000次并拟合,直线拟合结果如图4所示。

表4 优化粒子群算法拟合计算表

Tab. 4 Fitting calculation table of optimized particle swarm algorithm mm

序号	拟合数据	同轴度误差均值
1	0.030 4	
2	0.039 2	0.036 4
3	0.039 4	

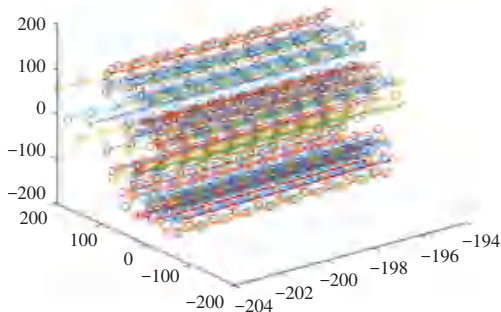


图3 轴线拟合图

Fig. 3 Axis fit diagram

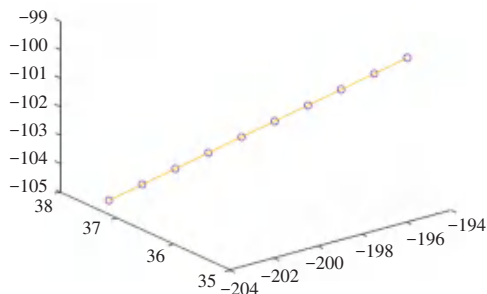


图4 拟合结果图

Fig. 4 Fitting result graph

#### 4.2 最小二乘圆拟合计算

对同样的数据利用最小二乘圆拟合计算<sup>[11]</sup>,计算数据见表5。

表5 最小二乘圆拟合计算表

Tab. 5 Calculation table of least squares fitting mm

序号	拟合数据	同轴度误差均值
1	0.039 2	
2	0.036 6	0.041 3
3	0.048 0	

#### 5 结束语

本文建立了铰链孔系轴线同轴度误差的通用数学模型,以及对传统的粒子群算法进行优化,并将优化的粒子群算法应用于对铰链孔系同轴度误差的求解。实验证明,用优化的粒子群算法评定铰链孔系同轴度误差,提高了搜索效率和精度,满足实际的使用要求。接下来的工作是对优化过后的粒子群算法进一步优化系数,分析优化结果,并用于解决更多复杂模型的优化问题。

#### 参考文献

- [1] LIU Jun, WANG Guanglin, PAN Xudong. Measurement system and evaluation approach for straightness error of valve sleeve inner hole [C]//International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation. Changsha, China: IEEE Computer Society, 2010:619-622.
- [2] UTPAL R, XU Y X. Form and orientation tolerance analysis for cylindrical surfaces in computer-aided inspection[J]. Computers in Industry, 1995, 26(2): 127-134.
- [3] 肖洒,郭慧. 基于微粒群算法的同轴度误差评定[J]. 工具技术, 2009, 43(12): 99-102.
- [4] 田树耀,黄富贵,候学峰. 一种新的同轴度误差评定方法及其误差分析[J]. 工具技术, 2008, 42(5): 82-85.
- [5] 田树耀. 同轴度误差的最小二乘法、最小包容区域法和最优函数法评定精度之比较[J]. 计量技术, 2008(7): 63-65.
- [6] 刘平,张玉. 同轴度误差的解析评定与几种计算机算法[J]. 计量学报, 1991, 12(1): 16-21.
- [7] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization [C]// Proceeding of IEEE International Conference on Neural Networks. Perth, Australia: IEEE, 1995: 1942-1948.
- [8] 翟旭军,张小萍,周圣铎. 基于改进粒子群算法的同轴度误差评定及其可视化[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2012(12): 55-59.
- [9] 周龙甫,师奕兵. PSO算法粒子运动轨迹稳定收敛条件分析[D]. 控制与决策, 2009, 24(10): 1499-1503.
- [10] 张小萍,周圣铎,王君泽. 基于改进粒子群算法的复杂曲面轮廓度误差评定及可视化[J]. 计量学报, 2013, 34(1): 16-21.
- [11] 华庆元. 大距离分布孔系同轴度测量系统软件设计[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2011.