

文章编号: 2095-2163(2020)08-0254-05

中图分类号: TP273

文献标志码: A

# 自平衡二轮电动车直立控制研究

刘欣雨, 赵风财, 陈佳妮, 孙 宁

(南京林业大学 汽车与交通工程学院, 南京 210037)

**摘要:** 自平衡二轮电动车是一种平衡移动的新型代步工具。平衡控制是研究自平衡二轮电动车的主要问题, 本文建立了自平衡二轮电动车的动力学模型, 设计了控制效果良好、精度高的控制器, 解决了自平衡二轮电动车平衡控制难的问题; 设计出一种基于PID算法的自平衡二轮电动车直立控制器, 并在MATLAB/Simulink环境中进行动力学仿真; 通过仿真分析所设计的控制器中各参数对系统的影响, 对比系统仿真的响应图, 确定所设计控制器的参数; 结果表明所设计的控制器控制效果良好, 控制精度较高, 对于自平衡二轮电动车的控制策略研究有一定借鉴意义。

**关键词:** 自平衡二轮电动车; 直立控制; PID算法; 仿真分析

## Research on upright control of the two-wheeled self-balancing electrical vehicle

LIU Xinyu, ZHAO Fengcai, CHEN Jiani, SUN Ning

(College of Automobile and Transportation Engineering, Nanjing Forestry University, Nanjing 210037, China)

**[Abstract]** Self-balancing two electric vehicles is a new type of transport in a balanced movement. How to realize the balance control is one of the major problems of research. In this paper, a dynamic model of a self-balancing two-wheel electric vehicle is established, and a controller with good control effect and high precision is designed to solve the problem of difficult balance control of the self-balancing two-wheel electric vehicle. A self-balancing two-wheel electric vehicle upright controller is designed based on PID algorithm. The results show that the designed controller has good control effect and high control accuracy, which has certain reference significance for the study of control strategy of self-balancing two-wheel electric vehicles.

**[Key words]** two-wheeled self-balancing electrical vehicle; upright control; SUMO; PID; simulation

### 0 引言

自平衡二轮电动车是一种轮式机器人, 一种多变量、强耦合、参数不确定的二轮系统<sup>[1]</sup>。其具有转弯灵巧、无刹车系统、体积小等优点, 逐渐成为一种新型代步工具<sup>[2]</sup>。二轮车两轮着地时, 车体会在前进方向上发生倾斜, 通过控制车轮转动, 抵消车体发生的倾斜, 从而实现自平衡控制。二轮车在没有外加控制的状态下, 不能保持自身平衡。

国内外学者采用不同的控制策略对自平衡二轮车进行仿真分析, 何平等采用变结构滑模控制, 可同时实现平衡控制和速度控制, 但存在较大的抖振<sup>[3]</sup>; 代汕汕等人采用模糊控制, 稳定性好, 抖振也大大减小, 但其结构复杂<sup>[4]</sup>; 李智康等人通过车身姿态倾角实现车身平衡控制, 具有更高的控制精度, 但设备价格较高<sup>[5]</sup>; 甄圣超等人使用传统的PID控制策略, 使平衡车能保持平稳运动, 具有较强的适应性和稳定性, 但缺少控制器设计<sup>[6]</sup>。不同的控制策略控制效果不一, 传统PID控制由于具有原理简

单、适应性强、工作稳定等特点被广泛采用<sup>[7]</sup>。本文通过在MATLAB/Simulink环境中搭建二轮车动力学建模, 采用传统PID控制作为系统的控制算法, 设计出一种基于PID控制算法的自平衡二轮车直立控制器。通过动力学仿真, 得出各参数对系统的影响, 从理论上实现了二轮车的自平衡控制。

### 1 自平衡二轮车数学模型

为了得到系统的非线性数学模型, 假设本文中所讨论的自平衡二轮车是处于理想的运动状态, 即各部件之间没有摩擦力, 各部件之间传递物理量的效率为100%, 即忽略额外功对系统的影响等, 只研究自平衡二轮车直线运动的情况。假设车体为均质体, 质量为 $m$ , 车轮做纯滚动运动, 忽略自平衡二轮车行驶时风阻对其的影响。

采用牛顿动力学方法对其进行受力分析, 如图1所示。图1(a)为系统的简化模型, 采用直角坐标系, 取前进方向为 $x$ 轴正方向, 垂直于前进方向的为 $y$ 轴; 图1(b)、(c)分别为车轮和车体受力分析图。

**基金项目:** 国家自然科学基金资助(61803206); 产业前瞻与共性关键技术重点项目(BE2017008-2); 南京林业大学青年科学创新基金(CX2018004); 南京林业大学自制实验教学仪器项目(nlzyyq201827)。

**作者简介:** 刘欣雨(2000-), 男, 本科生, 主要研究方向: 智能车辆与车载网络通信; 赵风财(2000-), 男, 本科生, 主要研究方向: 汽车运用工程; 陈佳妮(1997-), 女, 本科生, 主要研究方向: 智能交通运输; 孙 宁(1979-), 女, 博士, 讲师, 主要研究方向: 智能交通运输。

收稿日期: 2020-06-10

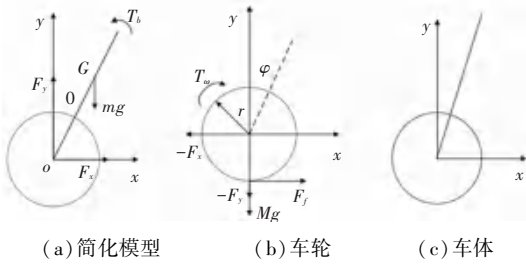


图 1 简化模型及受力分析示意图

Fig. 1 Simplified model and schematic diagram of force analysis

通过对二轮车水平和垂直方向上的受力分析, 建立的运动状态方程(1):

$$\begin{cases} \ddot{M}\ddot{x} = F_f - F_x, \\ \ddot{J}_\omega \ddot{\omega} = T_\omega - rF_f, \\ \ddot{\frac{1}{r}}x = T_\omega - rF_f, \\ \ddot{m} \frac{d^2}{dt^2}(x + L\sin\theta) = F_x, \\ \ddot{m} \frac{d^2}{dt^2}L\cos\theta = F_y - mg, \\ \ddot{J}_b \ddot{\theta} = F_y L\sin\theta - F_x L\cos\theta - T_b. \end{cases} \quad (1)$$

取状态变量, 式(2):

$$X = [x_1, x_2, x_3, x_4] = [\theta, \dot{\theta}, x, \dot{x}]. \quad (2)$$

可得系统的状态方程(3):

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = \frac{cd(x_2)^2 \sin x_1 - aex_1}{cd\cos x_1 - ab} + \frac{d-a}{cd\cos x_1 - ab}u, \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = \frac{bc(x_2)^2 \sin x_1 - cex_1 \cos x_1}{-cd\cos x_1 + ab} + \frac{b - c\cos x_1}{-cd\cos x_1 + ab}u. \end{cases} \quad (3)$$

(1)、(2)、(3)式中:  $M$  为车轮质量;  $m$  为车体质量;  $r$  为车轮半径;  $L$  为质心到车轮轴线的距离;  $F_f$  为地面对车轮的摩擦力;  $F_x$  为车轮对车体水平方向的力;  $F_y$  为车轮对车体垂直方向的力;  $\theta$  为车体转过的角度;  $\ddot{\theta}$  为车体的角加速度;  $\varphi$  为车轮转过的角度;  $\ddot{\varphi}$  为车轮的角加速度;  $T_\omega$  为电机对车轮的力矩;  $J_\omega$  为车轮的转动惯量;  $T_b$  为车体的力矩;  $J_b$  为车体的转动惯量;  $T_\omega = u$ ;  $b = J_b + mL^2$ ;  $c = rML$ ;  $d = mL$ ;  $e = mgL$ ;  $a = \frac{J_\omega}{r} + rm + rM$ .

## 2 自平衡二轮车 PID 控制器设计

传统 PID 控制是比例、积分、微分控制的简称, 控制效果虽然不如模糊 PID、智能 PID、专家 PID 等

控制算法好, 但结构简单, 对于内部参数经常变化的系统可以获得较好的控制效果。其控制原理如图 2 所示。

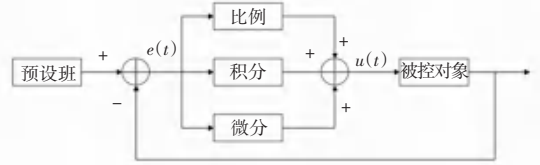


图 2 传统 PID 控制原理图

Fig. 2 Schematic diagram of traditional PID control

根据系统状态方程在 MATLAB/Simulink 环境中搭建仿真模型, 设定 PID 控制器的输入变量为车体角度给定值  $\theta_0$ ; 车体角度值  $\theta$ ; 车体角速度值  $\dot{\theta}$ ; 输出值为控制力  $u$ 。PID 控制的表达式(4)为:

$$u(t) = K_p \times (\theta - \theta_0) + K_d \times \dot{\theta}. \quad (4)$$

所设计的自平衡二轮电动车的控制系统如图 3 所示。要求二轮电动车能够达到自平衡状态, 并且整个自平衡控制过程是平稳的、没有震荡的, 确保人站上去能够处于安全和稳定的状态。

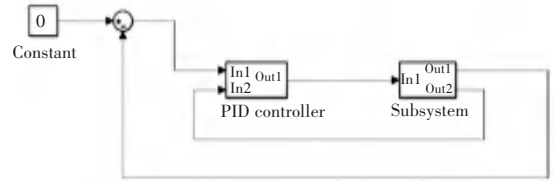


图 3 PID 控制系统

Fig. 3 PID control system

## 3 系统仿真分析

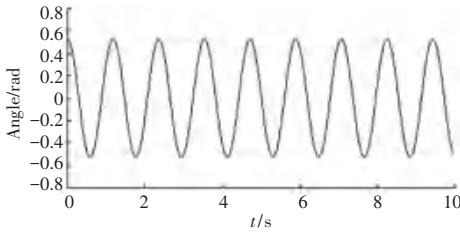
试验中所需的物理参数:  $M = 10 \text{ kg}$ ,  $m = 70 \text{ kg}$ ,  $L = 0.5 \text{ m}$ ,  $r = 0.2 \text{ m}$ ,  $J_\omega = 0.134 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ ,  $J_b = 23.3 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ 。可以得出系统状态方程(3)中各常数的值为:  $a = 16.67$ ,  $b = 40.8$ ,  $c = 7$ ,  $d = 35$ ,  $e = 343$ 。

### 3.1 PID 控制器参数确定

对于 PID 控制参数的选择, 根据日常使用的经验, 一般先调节比例参数  $K_p$  的值, 同时将积分参数  $K_i$  和微分参数  $K_d$  的值设置为零, 从小到大增加  $K_p$  的值, 当所显示的角度曲线出现震荡收敛时, 再逐渐减小  $K_p$  的值, 逐渐增大  $K_d$  的值, 直到调节时间在预期范围内, 最后再来调节  $K_i$  的值, 改善系统的稳态精度。为了比较不同参数对控制系统的影响, 需要观察曲线图。设置系统仿真的初始条件为:  $\theta = \pi/6 \text{ rad}$ ,  $\dot{\theta} = 0$ ,  $x = 0$ ,  $\dot{x} = 0$ 。

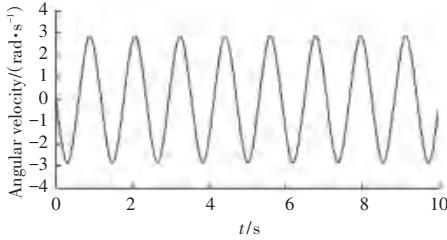
#### 3.1.1 控制参数 $K_d$ 对比

取  $K_p = -1000$ ,  $K_i = 0$ ,  $K_d = 0$ , 仿真结果如图 4 所示。可以看出, 当  $K_d = 0$  时, 系统处于无阻尼状态, 一直震荡摆动, 无法实现自平衡。



(a) 角度关于时间变化曲线

(a) Curve of angle change along with time



(b) 角速度关于时间变化曲线

(b) Curve of angular velocity change along with time

图4 控制参数  $K_d=0$  时的PID仿真结果

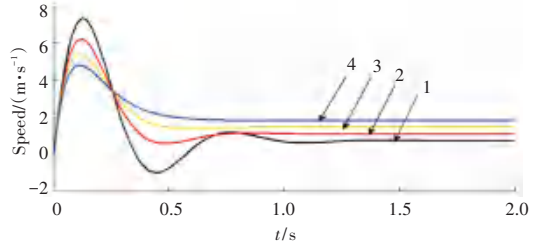
Fig. 4 PID simulation results when the control parameter  $K_d=0$

改变  $K_d$  的取值,保持其他参数不变,取  $K_p = -3\ 000, K_i = 0, K_d$  分别取不同的值。不同  $K_d$  值仿真对应曲线的含义,见表1,仿真结果如图5所示。

表1 不同  $K_d$  值对应曲线的含义

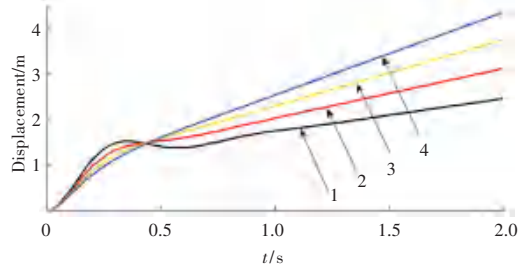
Tab. 1 The meaning of curves corresponding to different  $K_d$  values

曲线	$K_p$ 值	$K_i$ 值	$K_d$ 值
曲线1	-3 000	0	200
曲线2	-3 000	0	300
曲线3	-3 000	0	400
曲线4	-3 000	0	500



(c) 速度关于时间变化曲线

(c) Curve of speed change along with time



(d) 位移关于时间变化曲线

(d) Curve of displacement along with time

图5 不同  $K_d$  值下的PID仿真结果

Fig. 5 PID simulation results under different  $K_d$  values

由图5可得,自平衡二轮车的角度、角速度、速度和位移最后都达到稳定状态,表明该自平衡二轮车可实现自平衡控制。当其余参数相同的时候, $K_d$  取值越大,系统响应越慢,曲线4过渡平稳,无震荡现象,大约0.5S就可以达到平衡,所以确定参数  $K_p = -3\ 000, K_i = 0, K_d = 500$ 。

### 3.1.2 控制参数 $K_p$ 对比

改变  $K_p$  的取值,保持其他参数不变,取  $K_i = 0, K_d = 300$ 。 $K_p$  分别取不同的值,不同  $K_p$  值仿真对应曲线的含义,见表2,仿真结果如图6所示。

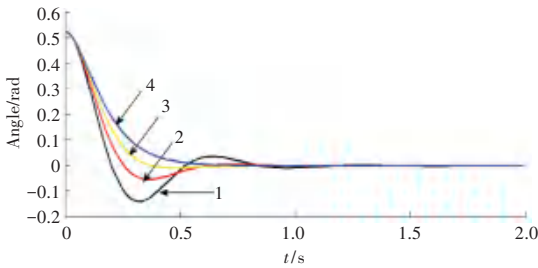
表2 不同  $K_p$  值对应曲线的含义

Tab. 2 The meaning of curves corresponding to different  $K_p$  values

曲线	$K_p$ 值	$K_i$ 值	$K_d$ 值
曲线1	-1 000	0	300
曲线2	-2 000	0	300
曲线3	-3 000	0	300
曲线4	-4 000	0	300

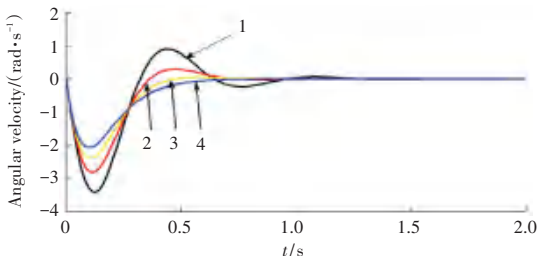
由图6可知,系统都达到了稳定状态。当其余参数相同时, $K_p$  的值越大,系统响应越快,但震荡得越重,容易产生超调。

通过上述分析可以知:首先,系统是可以控制的;其次,自平衡二轮车在直立的过程中, $K_p$  的值影响系统的响应速度, $K_p$  的值越大,系统响应越快,但震荡得越重,容易产生超调。同样, $K_d$  的值越小,会导致系统摆动, $K_d$  的值越大,系统响应越慢。同时, $K_p$  与  $K_d$  具有相互抵消作用,因此需要配合调整。观察所有曲线,当  $K_p = -3\ 000, K_i = 0, K_d = 500$  时,



(a) 角度关于时间变化曲线

(a) Curve of angle change along with time



(b) 角速度关于时间变化曲线

(b) Curve of angular velocity change along with time

曲线过渡平稳,无震荡现象,在大约 0.5 S 内可达到平衡,优于其他参数的曲线。综上,确定参数  $K_p = -3\ 000, K_i = 0, K_d = 500$ 。

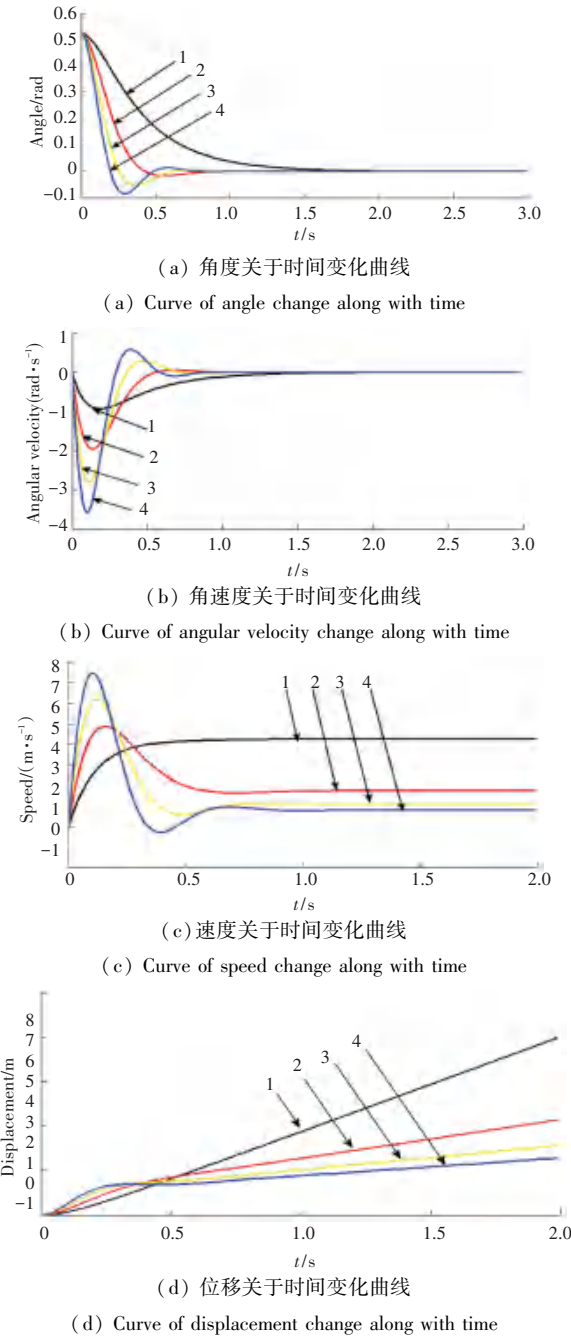


图 6 不同  $K_p$  值下的 PID 仿真结果

Fig. 6 PID simulation results under different  $K_p$  values

### 3.2 系统仿真对比分析

由于不同的初始倾斜角度、向前倾斜和向后倾斜会对系统控制产生不同的影响,现保持参数 PID 参数不变,选择初始倾斜角为  $\pi/18$  rad、 $-\pi/18$  rad、 $\pi/12$  rad 和  $\pi/9$  rad,所对应的曲线编号分别为 1、2、3 和 4。系统角度、角速度、速度、位移以及控制力在不同初始倾斜角下关于时间的仿真曲线如图 7 所示。

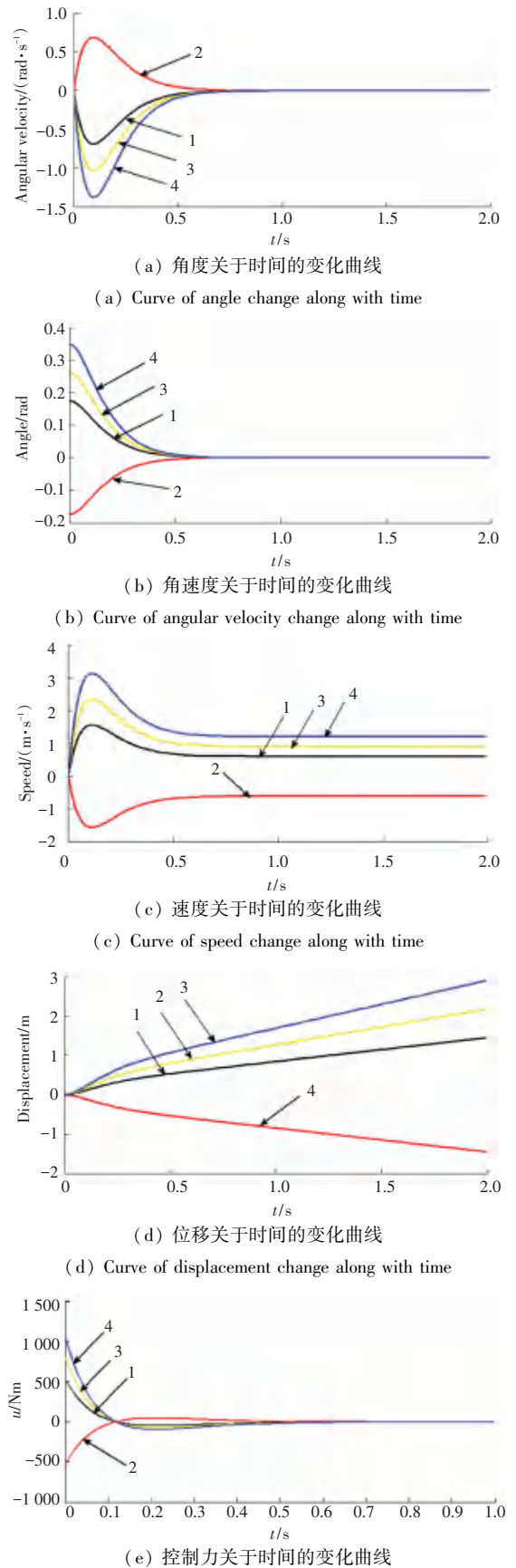


图 7 不同初始倾斜角下的 PID 仿真结果

Fig. 7 PID simulation results under different initial tilt angles

通过仿真分析,可以得出所设计的控制系统可以实现自平衡二轮车的前进和倒退功能,还可以得出不同的初始倾斜角度对于所需控制力的影响。当其他条件不变时,初始倾斜角度越大,所需控制力就越大,控制力响应曲线越快。在现实生活中,自平衡二轮车的初始倾斜角度在一个很小的范围内,所以只需输出一个很小的控制力就能够使自平衡二轮车达到自平衡状态。

#### 4 结束语

本文设计了一种基于传统 PID 算法的自平衡二轮电动车直立控制器,运用 MATLAB/Simulink 对 PID 控制算法进行仿真分析,得出了  $K_p$ 、 $K_d$  两个参数对系统的影响,以及两个参数之间相互的影响。仿真结果表明,所设计的控制器具有良好的控制效

果,控制精度较高,对于自平衡二轮电动车的控制策略研究有一定参考意义。

#### 参考文献

- [1] 申晓峰. 自平衡载人电动独轮车的控制系统研究[D]. 浙江大学,2015.
- [2] 孙阳,辛颂,雷荣芳. 双轮自平衡小车的动力学建模与分析[J]. 谷,2014(5):170-171.
- [3] 何平. 基于滑模控制理论的二轮自平衡车控制系统方法研究[D]. 合肥工业大学,2018
- [4] 丁汕汕. 基于模糊滑移控制的两轮自平衡小车系统设计[D]. 安徽工业大学,2019.
- [5] 李智康. 基于姿态控制的自平衡独轮车设计[J]. 测控技术,2016(1):81-84.
- [6] 甄圣超,高远,黄康,等. 基于 PID 算法控制的电动自平衡独轮车设计[J]. 制造业自动化,2017(5):144-146.
- [7] 杨啸峰,冯凯,王鹏程,等. 基于 PID 算法的二轮平衡小车[J]. 科学技术创新 2018,9:1-2.

(上接第 253 页)

#### 4 结束语

本文对珠三角先进制造业产业集聚水平从地区 and 行业两层面进行了分析。从地区层面看,珠三角先进制造业集聚水平较高的地区为广州、珠海、深圳和惠州;从行业层面看,珠三角 7 大先进制造业集聚水平前三的为交通运输设备制造业、石油加工、炼焦和核燃料加工业及计算机通信和其他电子设备制造业;各产业集聚水平整体上呈现下降的趋势。市场需求、对外开放度、外商直接投资和城镇化水平是影响珠三角先进制造业集聚水平变化的最主要因素。制造业受城镇水平和市场需求的影响最大,说明珠三角先进制造业在区域间集聚首要考虑因素是城市基础设施和文化水平等条件。

本文提出以下建议:产业集聚水平高的地区和行业企业发挥带动作用,打破地区和行业间的堡垒,促进区域内、行业及企业间的技术、资金、人力资源的流通;突出优势产业、利用现有产业资源;珠三角的交通运输设备制造业和计算机通信和其他电子设备制造业发展水平较高,其产业发展需要大量技术、资本和科研人力的投入,同时珠三角建有大量的科研机构和技术企业,可利用现有资源,促进优势产业的可持续发展和其它产业的协调发展。

#### 参考文献

- [1] Marshall. Alfred. Principles of Economics[M]. London: Macmillan Press, 1961:32-39.
- [2] KRUGMAN P. Increasing Returns and Economic Geography[J]. Journal of Political Economy, 1991, 99(3):483-499.
- [3] MariusBrühlhart, Federica Sbergami. Agglomeration and Growth;

- Crosscountry Evidence[J]. Journal of Urban Economics, 2009, 65(1):48-63.
- [4] IMMELT, JEFFREY R. The CEO of General Electric on Sparking an American Manufacturing Renewal [J]. Harvard Business Review, 2012, 90(3):43-46.
- [5] ARTHUE J. External Trade in Developing Economies [J]. NBER, Working Paper,2001,(11):9-18.
- [6] 吴雪花,杨蕙馨. 中国制造业产业集聚的实证研究[J]. 中国工业经济,2004(10):36-43.
- [7] 王子龙,谭清美,许箭迪. 高技术产业集聚水平测度方法及实证研究[J]. 科学学研究,2006(5):706-714.
- [8] 潘文卿,刘庆. 中国制造业产业集聚与地区经济增长——基于中国工业企业数据的研究[J]. 清华大学学报(哲学社会科学版),2012,27(1):137-147,161.
- [9] 罗勇,曹丽莉. 中国制造业集聚程度变动趋势实证研究[J]. 经济研究,2005(08):106-115,127.
- [10] 吴三忙,李善同. 市场一体化、产业地理集聚与地区专业分工演变——基于中国两位码制造业数据的实证分析[J]. 产业经济研究,2010(6):7-16.
- [11] 杨洪焦,孙林岩,吴安波. 中国制造业集聚度的变动趋势及其影响因素研究[J]. 中国工业经济,2008(4):64-72.
- [12] 尹希果,刘培森. 中国制造业集聚影响因素研究——兼论城镇规模、交通运输与制造业集聚的非线性关系[J]. 经济地理,2013,33(12):97-103.
- [13] 曹宗平,朱勤丰. 广东省制造业集聚与转移及其影响因素[J]. 经济地理,2017,37(9):111-117.
- [14] 祝佳,唐松,汪前元. 广东省制造业区域集聚研究[J]. 湖北经济学院学报,2012,10(4):46-51.
- [15] 王芳芳. 广东省制造业空间格局演变及影响因子分析[D]. 暨南大学,2018.
- [16] 李晓雯. 广东省制造业集聚与扩散影响因素研究[D]. 华南理工大学,2016.
- [17] 刘军,段会娟. 我国产业集聚新趋势及影响因素研究[J]. 经济问题探索,2015(1):36-43.