

张红彬, 常旭. 协作机器人分段式轨迹规划算法研究[J]. 智能计算机与应用, 2024, 14(7): 120-127. DOI: 10.20169/j.issn.2095-2163.240718

# 协作机器人分段式轨迹规划算法研究

张红彬, 常旭

(上海工程技术大学 机械与汽车工程学院, 上海 201620)

**摘要:** 基于分段多项式插值轨迹规划算法, 为六自由度协作机器人选择稳定性好、轨迹平滑、计算量小的轨迹规划算法。首先, 基于协作机器人的尺寸参数建立其运动学模型; 其次, 结合机器人工作空间确定机器人末端轨迹的关键点, 并利用分段多项式轨迹规划算法对协作机器人进行轨迹规划, 保证协作机器人末端经过对应关键点; 最后, 结合协作机器人模型对得到的运动轨迹进行动力学仿真验证, 确定适合此协作机器人的轨迹规划算法。在 Matlab 实验平台获取 3-3-3 次分段式多项式轨迹规划算法、3-5-3 次分段式多项式轨迹规划算法、4-5-4 次分段式多项式轨迹规划算法以及 5-5-5 次分段式多项式轨迹规划算法下的运动轨迹, 利用 ADAMS 进行动力学仿真验证, 结果表明: 在 4-5-4 次分段多项式轨迹规划算法下的运动轨迹平滑稳定且计算量较小。

**关键词:** 协作机器人; 工作空间; 轨迹规划; 动力学仿真

中图分类号: TP242.2

文献标志码: A

文章编号: 2095-2163(2024)07-0120-08

## Research on trajectory planning algorithm based on collaborative robot

ZHANG Hongbin, CHANG Xu

(School of Mechanical and Automotive Engineering, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China)

**Abstract:** Based on the piecewise polynomial interpolation trajectory planning algorithm, a trajectory planning algorithm with good stability, smooth trajectory, and low computational complexity is selected for the six-degree-of-freedom collaborative robot. Firstly, a kinematic model is established based on the size parameters of the collaborative robot. Secondly, the key points of the robot's end trajectory are determined by combining the robot's workspace, and the piecewise polynomial trajectory planning algorithm is used to plan the trajectory of the collaborative robot to ensure that the end of the collaborative robot passes through the corresponding key points. Finally, the above-mentioned motion trajectory is dynamically simulated and verified using the collaborative robot model to determine the trajectory planning algorithm suitable for this collaborative robot. The motion trajectories obtained under the 3-3-3 piecewise polynomial trajectory planning algorithm, 3-5-3 piecewise polynomial trajectory planning algorithm, 4-5-4 piecewise polynomial trajectory planning algorithm, and 5-5-5 piecewise polynomial trajectory planning algorithm are obtained on the Matlab experimental platform, and dynamic simulation verification is performed using ADAMS. The results show that the motion trajectory under the 4-5-4 piecewise polynomial trajectory planning algorithm is smooth and stable with low computational complexity.

**Key words:** collaborative robot; workspace; trajectory planning; dynamics simulation

## 0 引言

协作机器人具有智能性、安全性、可操作性等特点, 更适用于柔性制造, 被广泛用于服务、医疗等领域<sup>[1]</sup>。在协作机器人应用的过程中, 为实现平滑稳定无冲击的运动, 经常需要对协作机器人的运动轨迹进行规划设计, 实现在运动过程中对机器人位置、速度、加速度、加加速度等运动学参数的约束控制,

保证协作机器人可以按照理想的状态实现姿态与位置的转变<sup>[2]</sup>。根据规划空间的不同, 轨迹规划分为笛卡尔空间轨迹规划与关节空间轨迹规划<sup>[3-4]</sup>。前者为在笛卡尔空间内对机器人末端的位置、速度、加速度等运动学信息进行描述的时间函数; 后者为在关节空间内对各关节的位置、速度、加速度等运动学信息进行描述的时间函数<sup>[5]</sup>。

本文主要研究关节空间的轨迹规划。常见的关节空间轨迹规划算法多为多项式轨迹规划、样条曲

线轨迹规划、非均匀有理样条(Non Uniform Rational B-Spline, NURBS)轨迹规划等插补算法<sup>[6-8]</sup>。20 世纪 80 年代, Lin 等<sup>[9]</sup>通过对位置、速度、加速度等运动学因素添加约束的同时, 利用三次样条函数与高阶多项式对运动过程进行控制规划, 为多项式轨迹规划的研究探索提供了参考; 徐向荣等<sup>[10]</sup>利用多种多项式函数对轨迹上的多个点进行拟合插值, 实现对运动轨迹的规划设计, 为分段多项式轨迹规划提供了新思路; 仝梦园<sup>[11]</sup>将五次多项式插值轨迹规划算法应用于机器人书写毛笔字过程, 对机器人各关节的速度、加速度进行约束, 提供了关节空间轨迹规划在书写汉字方面的先进应用案例; 居鹤华<sup>[12]</sup>等通过对机械臂添加运动学约束, 并利用遗传算法对 3-5-3 次多项式进行轨迹优化, 但遗传算法易陷入局部最优解, 3-5-3 次多项式加速度不平滑, 机器人运动有冲击; 陈培华<sup>[13]</sup>等基于五次多项式对关节型机器人进行轨迹规划控制, 但五次多项式计算量较大, 实时性不好, 机器人运动具有延迟。机器人在运动过程中, 惯性较大, 操作稳定性较差, 因此实现由低速启动至中间高速运行直至最终缓慢停车是重点研究问题<sup>[14]</sup>。机器人关节的动态能量反映了机器人在运动过程中关节的速度稳定性, 关节转矩反映了其运动过程中关节的转矩稳定性, 因此对该协作机器人运动过程中的动态能量变化以及转矩变化进行研究具有重要意义。

由于非分段多项式插值轨迹规划无法保证关节经过所要求的中间点, 无法保证运动轨迹无冲击、加速度平滑连续, 因此为探索更通用的轨迹规划算法, 本文基于关节空间利用分段多项式轨迹规划算法对机器人的运动性能进行探索研究。首先, 构建协作机器人运动学模型; 其次, 结合分段多项式轨迹规划算法获得机器人末端运动轨迹; 最后, 进行动力学仿真, 验证分析其运动轨迹的可靠性和稳定性。

## 1 协作机器人运动学模型建立

### 1.1 协作机器人尺寸参数

机器人运动学是实现机器人的轨迹规划与机器人的位置控制的重要基础, 建立该协作机器人的运动规律, 对于确定其工作空间与实现其轨迹规划至关重要<sup>[15-16]</sup>。本文研究多项式插值轨迹规划算法所基于的协作机器人共有 6 个运动关节, 各关节均为旋转关节。建立机器人运动学模型, 主要建模方法为 DH (Denavit-Hartenberg, DH) 法与改进 DH 法。本文基于改进 DH 法对该协作机器人运动学规律建模, 根据

其结构尺寸得到其运动学模型所需参数, 见表 1。

表 1 协作机器人 DH 参数

Table 1 DH parameters of collaborative robot

关节	扭转角	杆长	偏距	关节转角	转角范围
1	q1	0	85.5	0	±180°
2	q2	0	0	pi/2	±180°
3	q3	-392	0	0	±162°
4	q4	-395	123.1	0	±180°
5	q5	0	123.1	pi/2	±180°
6	q6	0	74.1	-pi/2	±180°

### 1.2 运动学模型建立

机器人运动学分为机器人正向运动学和机器人逆向运动学, 两者均以机械臂的变换矩阵为基础<sup>[17]</sup>。机器人逆向运动学往往用于计算求解机器人从当前位姿至目标位姿所需要的各个关节运动的角度; 机器人正向运动学则用于根据当前各个关节角度与初始关节角度的变化值得出当前机器人末端的位姿。

机械臂连杆之间的变换矩阵, 式(1):

$${}_{i-1}T = \begin{matrix} \hat{e}_x & c_i & -s_i & 0 & a_{i-1} & \dot{u} \\ \hat{e}_y & s_i c\alpha_{i-1} & c_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -d_i s\alpha_{i-1} & \dot{u} \\ \hat{e}_z & s_i s\alpha_{i-1} & c_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & -d_i c\alpha_{i-1} & \dot{u} \\ \hat{e}_0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dot{u} \end{matrix} \quad (1)$$

其中,  $s_i$  代表  $\sin \theta_i$ ,  $c_i$  代表  $\cos \theta_i$ 。关节  $i-1$  和关节  $i$  轴线之间夹角之间的夹角称为连杆  $i-1$  的扭角, 记  $\alpha_{i-1}$ 。

结合式(1), 可得出各相邻连杆之间的变换矩阵, 将各个变换矩阵进行叠加, 可得末端执行机构的位姿, 式(2):

$${}^0_6T = {}^0_1T_1 {}^1_2T_2 {}^2_3T_3 {}^3_4T_4 {}^4_5T_5 {}^5_6T_6 = \begin{matrix} \hat{e}_x & o_x & a_x & p_x & \dot{u} \\ \hat{e}_y & o_y & a_y & p_y & \dot{u} \\ \hat{e}_z & o_z & a_z & p_z & \dot{u} \\ \hat{e}_0 & 0 & 0 & 1 & \dot{u} \end{matrix} \quad (2)$$

其中,  ${}^i_jT$  是坐标系  $\{j\}$  相对于坐标系  $\{i\}$  的位姿;  $[n_i \ o_i \ a_i]$  表示机器人末端相对于极坐标系的姿态;  $p_i$  表示末端相对于基坐标系的位置。

### 1.3 可达工作空间分析

机器人工作空间即机器人末端中心点所有能够遍历到的所有空间点的集合<sup>[18]</sup>。本文基于蒙特卡洛法满足随机性的特点, 对协作机器人的工作空间进行确定, 关节角度确定的随机变量为式(3):

$$q_i = q_i^{\min} + (q_i^{\max} - q_i^{\min}) \cdot rand() \quad (3)$$

其中,  $i = 1, 2, \dots, 6$ ,  $q_i^{\min}$  和  $q_i^{\max}$  分别为机器人关节

$i$  旋转范围的最大值与最小值。运用 Matlab 进行运动仿真验证,设置采样点数为 100 000 点。机器人 6 个关节的运动范围为  $\pm 180^\circ$  (除 3 关节运动范围为  $-162^\circ \sim +162^\circ$ )。仿真得到机械臂末端中心点的操作区域如图 1 所示。通过图 1 可以看出随机分布在三维空间的可达空间点分布均匀且没有空洞,为轨迹规划奠定了基础。

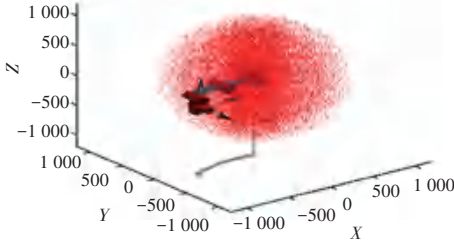


图 1 机器人操作空间  
Fig. 1 Robot operating space

## 2 协作机器人轨迹规划

轨迹规划是机器人运动规划的重要内容,运动轨迹的好坏直接影响了机器人的运动性能以及稳定性<sup>[19]</sup>。为了规划一条稳定连续、平滑可靠的轨迹,需对该协作机器人的运行轨迹进行对比研究。分段多项式插值轨迹规划算法作为常用的轨迹规划算法,本文对 4 种分段多项式插值轨迹规划算法进行探索研究,即利用 3-3-3 样条插值算法、3-5-3 样条插值算法、4-5-4 样条插值算法以及 5-5-5 样条插值算法对关节空间进行插补,进而实现关节空间的轨迹规划。为保证分析结果的可靠性,使 4 种轨迹规划方法所经过的起始点、终止点以及两个中间点保持一致,同时各插值分段所用时间均为 5 s。在笛卡尔空间以欧拉角的形式取起始点 start 位姿为  $A(-787, -197.2, -37.6, 0, 0, 90)$ , 终止点 end 位姿为  $B(129.182, 333.609, 712.920, 43.3, -30.7, -96.5)$ , 两个中间点 mid1 和 mid2 位姿为  $C(-297.286, -791.008, 414.699, -62.8, 42.5, 50.7)$ 、 $D(376.472, -222.441, 757.921, -19.3, 10.3, -69.1)$ 。

### 2.1 3-3-3 次分段多项式轨迹规划

规划轨迹为 3 段,  $h_{j1}(t)$  表示第  $j$  个关节的第一段的三次多项式插值函数,  $h_{j2}(t)$  表示第  $j$  个关节的第二段的三次多项式插值函数,  $h_{j3}(t)$  表示第  $j$  个关节的第三段的三次多项式插值函数,因此 3-3-3 次分段多项式轨迹规划函数为式(4):

$$\begin{cases} \ddot{h}_{j1}(t) = a_{j10} + a_{j11}t + a_{j12}t^2 + a_{j13}t^3 \\ \ddot{h}_{j2}(t) = a_{j20} + a_{j21}t + a_{j22}t^2 + a_{j23}t^3 \\ \ddot{h}_{j3}(t) = a_{j30} + a_{j31}t + a_{j32}t^2 + a_{j33}t^3 \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $a_{j1i}$ 、 $a_{j2i}$ 、 $a_{j3i}$  分别为第  $j$  个关节第 1、2、3 段插值函数的第  $i$  个系数,  $j = 1, 2, \dots, 6$ 。

由式(4)可知,求解该分段轨迹规划函数,需建立 12 个运动学约束。用  $X_{ji}$  表示 4 个笛卡尔空间位姿点进行逆运动学求解得到的各关节角度,  $j$  表示第  $j$  个关节,  $i$  表示第  $i$  个位姿点。为保证在运动过程中不会发生位置、速度和加速度上的突变,在两个中间点位置处,保证前、后段轨迹的位置、速度和加速度相等,并保证起始、终止位置的速度为零<sup>[20]</sup>。满足以下约束条件,即在起始点、终止点的角速度为零,中间点的位置、速度、加速度连续,具体公式如式(5)所示:

$$\begin{cases} \dot{h}_{j1}(t_0) = X_{j1}, \dot{h}_{j1}(t_0) = 0 \\ \dot{h}_{j1}(t_1) = h_{j2}(t_0), \dot{h}_{j1}(t_1) = \dot{h}_{j2}(t_0) \\ \ddot{h}_{j1}(t_1) = \ddot{h}_{j2}(t_0), \ddot{h}_{j2}(t_2) = \ddot{h}_{j3}(t_0) \\ \dot{h}_{j2}(t_2) = \dot{h}_{j3}(t_0), \dot{h}_{j2}(t_2) = \dot{h}_{j3}(t_0) \\ \dot{h}_{j3}(t_3) = X_{j4}, \dot{h}_{j3}(t_3) = 0 \\ \dot{h}_{j2}(t_0) = X_{j2}, \dot{h}_{j3}(t_0) = X_{j3} \end{cases} \quad (5)$$

其中,  $t_0$  为机器人运动起始时刻,  $t_1$ 、 $t_2$ 、 $t_3$  分别为 AC、CD、DB 段机器人运动所需时间。将式(4)与式(5)联立,得到  $a = M^{-1}N$ ,  $M$  为 12 维方阵 ( $12 \times 12$ ), 为 12 个约束条件所组成的系数矩阵;  $N$  为一维列向量 ( $12 \times 1$ );  $a$  为 12 个待求参数。

通过 Matlab 仿真得到机器人运动轨迹以及各关节的位置、速度与加速度曲线如图 2~图 5 所示。由图 2~图 5 可知,机器人的 6 个关节角度、角速度的变化保持连续平滑,没有断裂和停滞;各关节加速度变化保持连续,但呈现为折线图,其原因为三次多项式的二阶导数为直线。加速度的非平滑过渡是导致机械臂运动状态不稳定、有冲击的重要因素,且当机器人运动到终点时,终止点加速度不为零,对制动力的要求过高。说明 3-3-3 次轨迹规划算法不稳定。

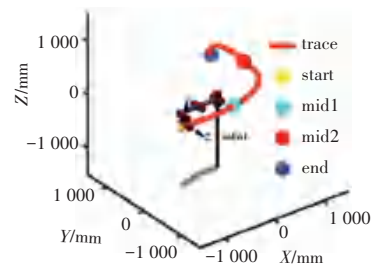


图 2 机器人末端运动轨迹  
Fig. 2 Robot end motion trajectory

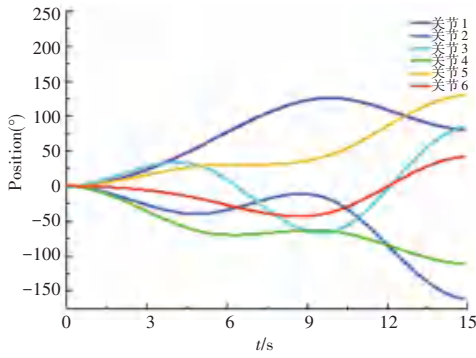


图 3 机器人各关节角度变化曲线

Fig. 3 Change curve of the angle of each joint of the robot

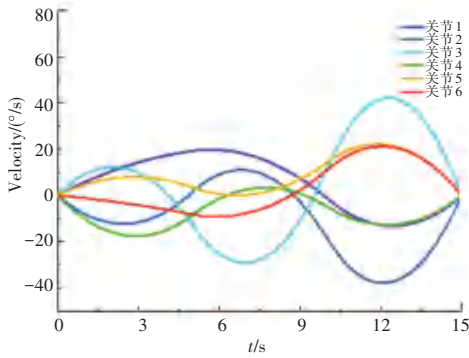


图 4 机器人各关节角速度变化曲线

Fig. 4 Variation curve of the angular velocity of each joint of the robot

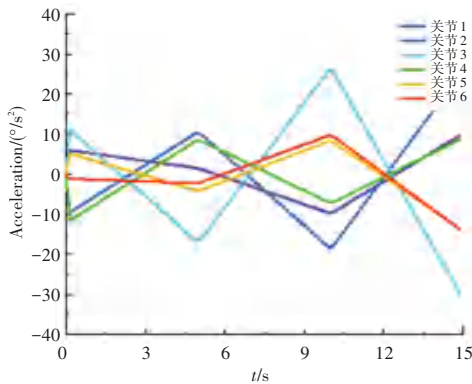


图 5 机器人各关节加速度变化曲线

Fig. 5 Acceleration curve of each joint of the robot

### 2.2 3-5-3 次分段多项式轨迹规划

3-5-3 次轨迹规划算法即 AC 段由三次多项式进行轨迹规划, CD 段由五次多项式进行轨迹规划, DB 段由三次多项式进行轨迹规划。轨迹规划函数, 式(6):

$$\begin{cases} h_{j1}(t) = a_{j10} + a_{j11}t + a_{j12}t^2 + a_{j13}t^3 \\ h_{j2}(t) = a_{j20} + a_{j21}t + a_{j22}t^2 + a_{j23}t^3 + a_{j24}t^4 + a_{j25}t^5 \\ h_{j3}(t) = a_{j30} + a_{j31}t + a_{j32}t^2 + a_{j33}t^3 \end{cases} \quad (6)$$

该轨迹规划函数共 14 个未知数, 因此在满足 3-3-3 轨迹规划算法约束条件的同时, 满足条件(7):

$$\begin{cases} \dot{h}_{j1}(t_0) = 0 \\ \dot{h}_{j3}(t_3) = 0 \end{cases} \quad (7)$$

将式(6)与 14 个约束条件进行联立求解, 得到 3-5-3 次轨迹规划函数和机器人末端运动轨迹与各关节的位置、速度、加速度变化曲线, 如图 6~图 9 所示。由图 6~图 9 可知, 各关节在运动过程中位置、速度保持连续且平滑, 加速度在起始点和终止点保持为零, 且在中间点处保持连续, 但中间段与前后两段轨迹的加速度仍为非平滑连接, 因此机器人在运动过程中仍会有冲击, 3-5-3 次轨迹规划算法仍不稳定。

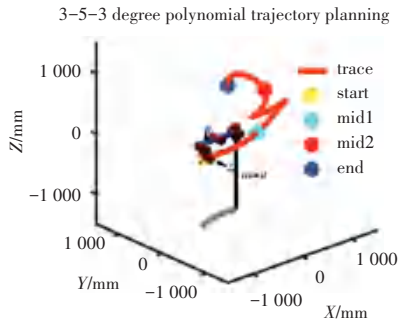


图 6 机器人末端运动轨迹

Fig. 6 Robot end motion trajectory

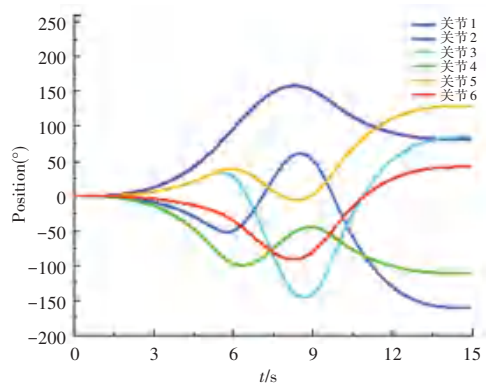


图 7 机器人各关节角度变化曲线

Fig. 7 Change curve of the angle of each joint of the robot

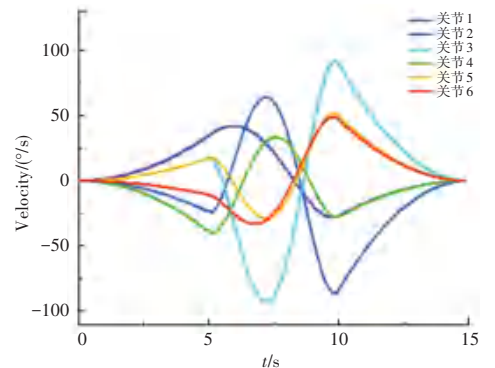


图 8 机器人各关节角速度变化曲线

Fig. 8 Variation curve of the angular velocity of each joint of the robot

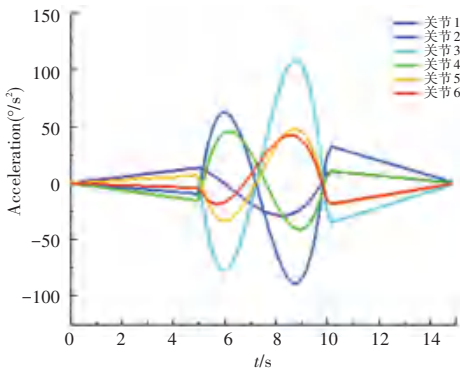


图 9 机器人各关节角加速度变化曲线

Fig. 9 Angular acceleration curve of each joint of the robot

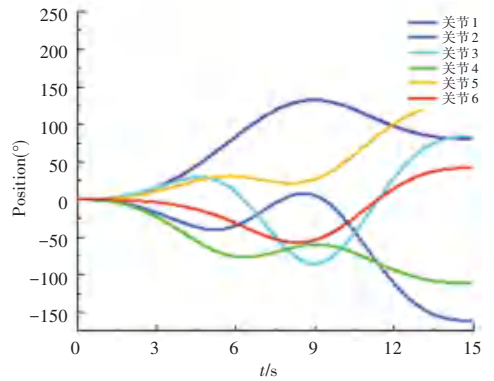


图 11 机器人各关节角度变化曲线

Fig. 11 Change curve of the angle of each joint of the robot

### 2.3 4-5-4 次分段多项式轨迹规划

4-5-4 次轨迹规划算法即 AC 段由四次多项式进行轨迹规划, CD 段由五次多项式进行轨迹规划, DB 段由四次多项式进行轨迹规划。轨迹规划函数, 式(8):

$$\begin{cases} h_{j1}(t) = a_{j10} + a_{j11}t + a_{j12}t^2 + a_{j13}t^3 + a_{j14}t^4 \\ h_{j2}(t) = a_{j20} + a_{j21}t + a_{j22}t^2 + a_{j23}t^3 + a_{j24}t^4 + a_{j25}t^5 \\ h_{j3}(t) = a_{j30} + a_{j31}t + a_{j32}t^2 + a_{j33}t^3 + a_{j34}t^4 \end{cases} \quad (8)$$

求解该轨迹规划函数需要 16 个运动学约束条件, 针对于 3-5-3 次轨迹规划算法中间点加速度连续但不平滑的问题, 增加两个中间点处加速度保持连续的约束条件, 即式(9):

$$\begin{cases} \dots \\ h_{j1}(t_1) = h_{j2}(t_0) \\ \dots \\ h_{j2}(t_2) = h_{j3}(t_0) \end{cases} \quad (9)$$

与式(8)结合求解得 16 个多项式系数, 得到在 4-5-4 次轨迹规划算法下运动轨迹, 以及各关节的位置、速度、加速度状态变化曲线, 如图 10~图 13 所示。由图 10~图 13 可知, 各关节在保持位置、速度平滑连续的同时, 加速度保证平滑连续, 机器人在运动过程中无冲击。因此, 4-5-4 次轨迹规划算法相对较为平滑稳定。

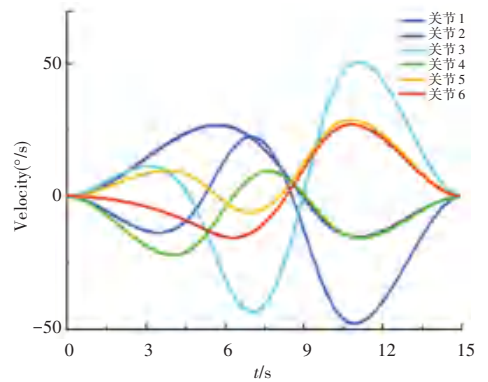


图 12 机器人各关节角速度变化曲线

Fig. 12 Variation curve of the angular velocity of each joint of the robot

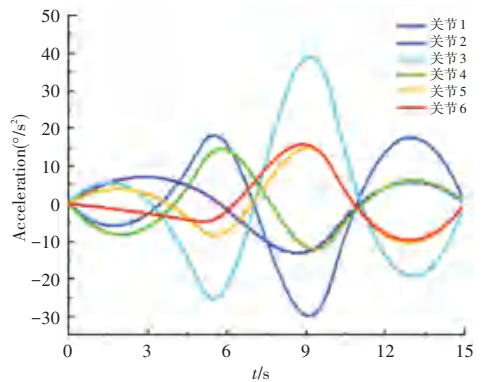


图 13 机器人各关节角加速度变化曲线

Fig. 13 Angular acceleration curve of each joint of the robot

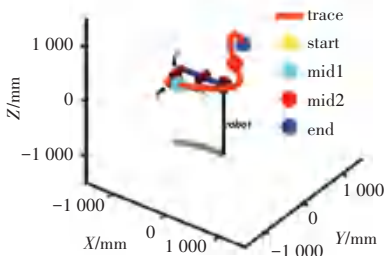


图 10 机器人末端运动轨迹

Fig. 10 Robot end motion trajectory

### 2.4 5-5-5 次分段多项式轨迹规划

5-5-5 次多项式轨迹规划算法为 AC 段、CD 段、DB 段均由五次多项式进行轨迹规划。轨迹规划函数, 式(10):

$$\begin{cases} h_{j1}(t) = a_{j10} + a_{j11}t + a_{j12}t^2 + a_{j13}t^3 + a_{j14}t^4 + a_{j15}t^5 \\ h_{j2}(t) = a_{j20} + a_{j21}t + a_{j22}t^2 + a_{j23}t^3 + a_{j24}t^4 + a_{j25}t^5 \\ h_{j3}(t) = a_{j30} + a_{j31}t + a_{j32}t^2 + a_{j33}t^3 + a_{j34}t^4 + a_{j35}t^5 \end{cases} \quad (10)$$

该轨迹规划函数共 18 个未知参数, 为求解该函数需满足 18 个约束条件, 即在满足 4-5-4 次轨迹

规划函数约束条件的同时,在起始点、终止点添加加速度为零的约束条件,式(11):

$$\begin{cases} \dots \\ h_{j1}(t_0) = 0 \\ \dots \\ h_{j3}(t_0) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

最终得到机器人的运动轨迹与各关节的运动学参数变化,如图 14~图 17 所示。对比 4-5-4 次多项式轨迹规划算法,5-5-5 次多项式轨迹规划算法得到的速度、加速度变化曲线从起始点均以更为缓慢平稳的趋势增加,实现的运动轨迹更加平滑,机器人运动更加稳定。

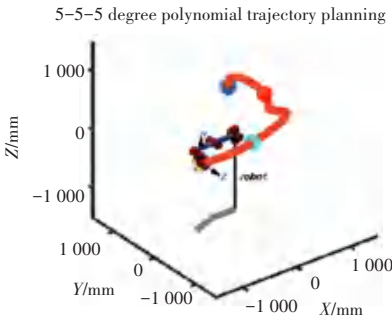


图 14 机器人末端运动轨迹

Fig. 14 Robot end motion trajectory

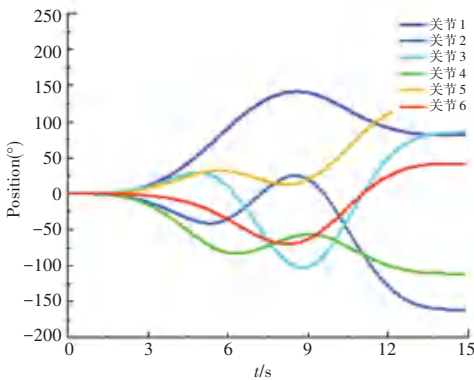


图 15 机器人各关节角度变化曲线

Fig. 15 Change curve of the angle of each joint of the robot

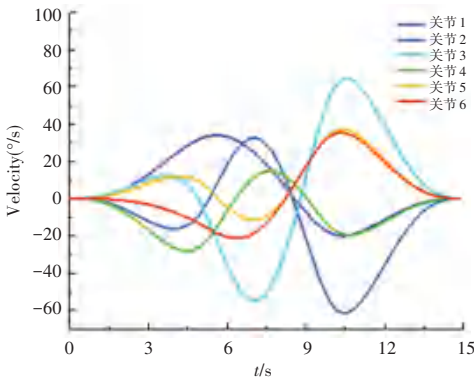


图 16 机器人各关节角速度变化曲线

Fig. 16 Variation curve of the angular velocity of each joint of the robot

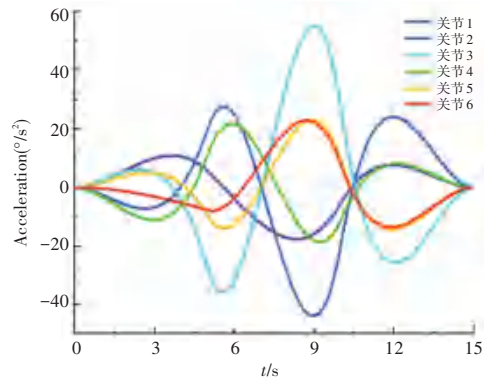


图 17 机器人各关节角加速度变化曲线

Fig. 17 Variation curve of the angular acceleration of each joint of the robot

### 2.5 四种轨迹规划算法所需运行时间对比

轨迹规划算法在保证机器人运动平稳可靠的同时,运动控制实时性的要求也至关重要,因此需对上述 4 种轨迹规划算法的计算量进行对比分析。在 matlab 中利用 tic/toc 函数对 4 种轨迹规划算法的运行时间进行统计,见表 2,可见 3-3-3 次、3-5-3 次、4-5-4 次和 5-5-5 次 4 种轨迹规划算法所需要的运行时间逐渐增加,但后两者得到的运动轨迹更为平滑稳定、无冲击。5-5-5 次多项式轨迹规划算法实现的轨迹虽然更加平滑,但计算时间相对更长,因此暂选 4-5-4 次轨迹规划算法用于该协作机器人的轨迹规划。

表 2 轨迹规划算法运行时间

Table 2 Trajectory planning algorithm running time

轨迹规划算法	3-3-3	3-5-3	4-5-4	5-5-5
运行时间/s	0.031 134	0.031 529	0.038 126	0.046 344

### 3 协作机器人动力学仿真分析

为保证规划轨迹的可靠性与实用性,本文结合 ADAMS 仿真软件对利用 4-5-4 样条曲线、5-5-5 样条曲线插补算法得到的两条符合稳定性要求的运动轨迹进行动力学仿真验证。为反映该协作机器人的实际应用状态,在协作机器人末端增加 5 kg 负载。根据规划出的运动轨迹,利用 ADAMS 软件进行动力学仿真,最后得到该协作机器人在此两种运动轨迹下的动力学性能曲线,其中,动力学性能由动态能量变化曲线和关节转矩变化曲线体现。如图 18~图 21 所示。

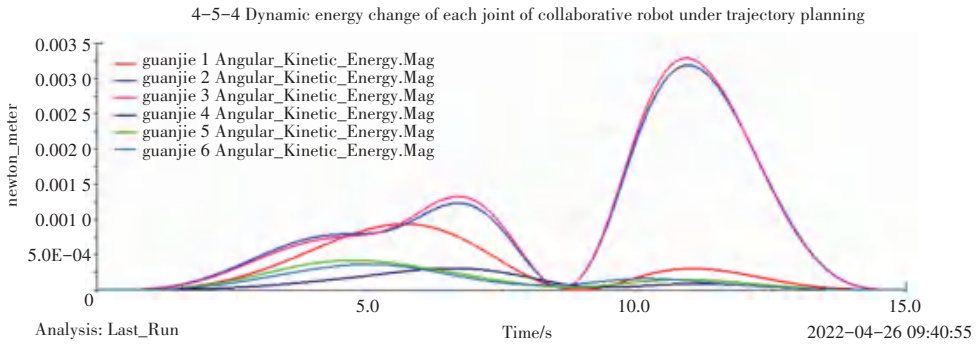


图 18 4-5-4 次分段多项式轨迹规划下的协作机器人关节动态能量变化曲线

Fig. 18 Dynamic energy change curve of collaborative robot joints under 4-5-4th degree piecewise polynomial trajectory planning

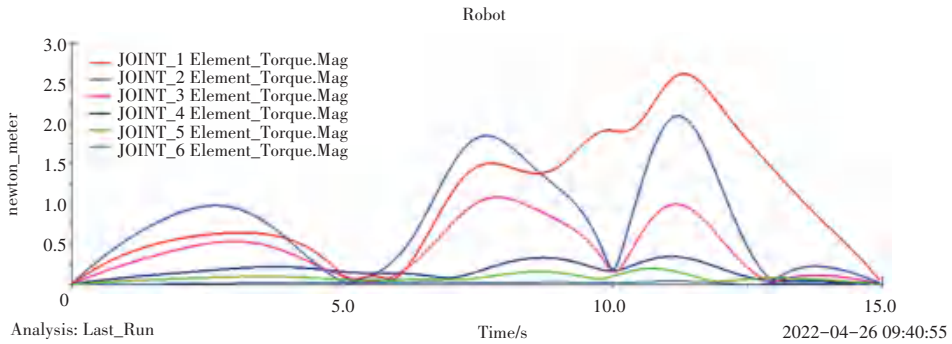


图 19 4-5-4 次分段多项式轨迹规划下的协作机器人关节转矩变化曲线

Fig. 19 Variation curve of joint torque of collaborative robot under 4-5-4th degree piecewise polynomial trajectory planning

由图 18 所示,关节 2 与关节 3 在 11 s 左右达到动态能量最大值,对应于图 12 中关节 2 与 3 的角速度曲线,随后角速度随着动态能量的减少而逐渐降低。因此通过对关节动态能量的分析可知,关节速度变化符合平稳连续的要求。由图 19 可知,由

4-5-4次多项式轨迹规划算法得到的转矩变化保持平滑稳定,终止点加速为零,因此在该轨迹规划算法下的机器人运动保持平稳,没有冲击和震动。因此 4-5-4 次轨迹规划算法可用于该协作机器人的轨迹规划。

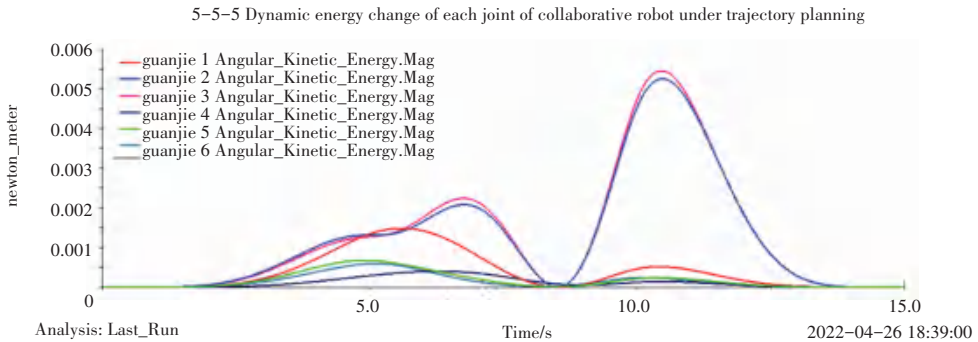


图 20 5-5-5 次分段多项式轨迹规划下的协作机器人关节动态能量变化曲线

Fig. 20 Dynamic energy change curve of collaborative robot joints under 5-5-5th degree piecewise polynomial trajectory planning

由图 20 和图 21 可知,在该运行轨迹状态下是稳定的。但由此轨迹规划算法得到的动态能量最大值与转矩最大值比 4-5-4 次轨迹规划算法更大,因此对电机的性能要求更高,协作机器人成本更高。

因此,5-5-5 次轨迹规划算法虽符合平滑稳定的运动性能要求,但对协作机器人驱动电机的性能要求更高,成本更高。因此,选择 4-5-4 次轨迹规划算法用于协作机器人运动轨迹规划。

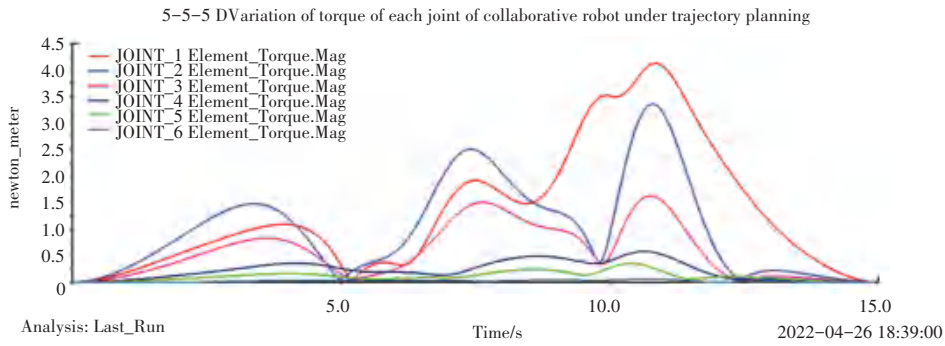


图 21 5-5-5 次分段多项式轨迹规划下的协作机器人关节转矩变化曲线

Fig. 21 Joint torque curve of the collaborative robot under the 5-5-5th degree piecewise polynomial trajectory planning

## 4 结束语

本文基于六自由度协作机器人对 4 种分段多项式插值轨迹规划算法进行研究分析,即 3-3-3 次分段多项式轨迹规划算法、3-5-3 次分段多项式轨迹规划算法、4-5-4 次分段多项式轨迹规划算法、5-5-5 次分段多项式轨迹规划算法。仿真结果表明,4-5-4 次多项式轨迹规划算法得到的运行轨迹下的位置、速度、加速度均保持平滑连续,且运动过程无冲击,终止点转矩保持为 0,因此运行状态稳定;5-5-5 次多项式轨迹规划算法得到的运行轨迹下动力学状态与 4-5-4 次轨迹规划算法基本一致,但该算法计算所需的运行时间相对较长,同时在此算法下的动态能量最大值与转矩最大值均比 4-5-4 次轨迹规划算法更大,对关节电机性能要求更高。因此,本文最终选择 4-5-4 次分段多项式插值轨迹规划算法用于该协作机器人的轨迹规划。

## 参考文献

[1] MA J W, GAO S, YAN H T, et al. A new approach to time-optimal trajectory planning with torque and jerk limits for robot [J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2021, 140(3): 103744.

[2] DENG Q, ZOU S, CHEN H, et al. Research on the trajectory planning of demolition robot attachment changing [J]. *Sensors*, 2020, 20(16): 4502.

[3] 何建成, 李林升, 林国湘. 基于多目标粒子群算法工业机器人最优轨迹规划[J]. *制造业自动化*, 2021, 43(2): 57-62.

[4] 李黎, 尚俊云, 冯艳丽, 等. 关节型工业机器人轨迹规划研究综述[J]. *计算机工程与应用*, 2018, 54(5): 36-50.

[5] 李林峰, 马蕾. 三次均匀 B 样条在工业机器人轨迹规划中的应

用研究[J]. *科学技术与工程*, 2013, 13(13): 3621-3625, 3646.

[6] GABAS A, CORONA E, G ALENY A, et al. Robot-aided cloth classification using depth information and CNNs [C]//*Proceedings of International Conference on Articulated Motion & Deformable Objects*. IEEE, 2016: 16-23.

[7] LIN C S, CHANG P R, LNH J. Formulation and optimization of cubic polynomial joint trajectories for industrial robots [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1984, 28(12): 1066-1074.

[8] 秦锋, 徐向荣. 基于样条函数法的机器人运动轨迹规划[J]. *机械科学与技术*, 1996(4): 93-97.

[9] 全梦园. 基于机器视觉的毛笔书写机器人系统研究[D]. 西安: 西安工程大学, 2021.

[10] 居鹤华, 付荣. 基于 GA 的时间最优机械臂轨迹规划算法[J]. *控制工程*, 2012, 19(3): 472-477.

[11] 陈培华, 曹其新. 基于逆动力学方法的关节型机器人轨迹控制[J]. *华中科技大学学报: 自然科学版*, 2013, 41: 17-20.

[12] 陈赛旋. 协作机器人零力控制与碰撞检测技术研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2018.

[13] 杨锦涛, 姜文刚, 林永才. 工业机器人冲击最优的轨迹规划算法[J]. *科学技术与工程*, 2014, 14(28): 64-69.

[14] 吕亚辉, 严雨灵. 基于手势轨迹的工业机器人轨迹规划[J]. *智能计算机与应用*, 2019, 9(1): 122-126.

[15] 王美妍, 李杰. 六自由度工业机器人轨迹规划算法研究[J]. *精密制造与自动化*, 2017(4): 47-49, 62.

[16] 张家琪, 马跃, 张智涛, 等. 一种高速并联机器人的运动学建模与轨迹规划仿真[J]. *机械设计*, 2023, 40(9): 43-48.

[17] 任伟. 六自由度工业机器人轨迹规划研究[D]. 芜湖: 安徽工程大学, 2020.

[18] TSAI C C, HUNG C C, CHANG C F. Trajectory planning and control of a 7-DOF robotic manipulator [C]//*Proceedings of International Conference on Advanced Robotics & Intelligent Systems*. IEEE, 2014: 78-84.

[19] 孙阳, 杨先海, 代瑞恒, 等. 六自由度机器人的运动学分析及码垛轨迹规划[J]. *机床与液压*, 2021, 49(21): 33-37.

[20] 马强. 六自由度机械臂轨迹规划研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2007: