

文章编号: 2095-2163(2023)02-0035-06

中图分类号: TP391

文献标志码: A

基于鲸鱼算法优化 LSTM 的股票价格预测模型

李婧琦

(山东工商学院 统计学院, 山东 烟台 264005)

摘要: 长短期记忆神经网络(LSTM)因其长时记忆的可预测性,在金融领域脱颖而出。然而前期研究结果显示,该方法存在主观性决定关键参数,容易陷入局部最优,导致能力不佳的问题。基于上述问题,本文提出一种基于鲸鱼算法(WOA)优化长短期记忆网络(LSTM)的股票价格预测模型。该模型通过鲸鱼算法,对 LSTM 网络的重要参数进行寻优,使之降低人为因素的影响,提高模型预测的准确性。同时,针对股票数据之间的冗余性导致模型效率降低的问题,使用递归特征消除算法对数据进行特征选择,建立完善指标体系进行预测。实验以上证指数股票数据构建了 WOA-LSTM 模型,并对该模型的预测结果与单一 LSTM、PSO-LSTM、SSA-BP 模型进行比较分析。实验结果表明,本文所提模型对股票价格的预测明显优于其它模型。

关键词: 鲸鱼优化; 股票价格预测; 长短期记忆网络; 递归特征消除

Stock price forecast model based on whale algorithm optimizing LSTM

LI Jingqi

(Institute of statistics, Shandong Institute of Business and Technology, Yantai Shandong 264005, China)

[Abstract] Long Short-Term Memory neural network stands out in finance for their long-term memory predictability. However, the previous research results show that the method has the subjective determination of key parameters, and it is easy to fall into the problem of poor performance due to local optimization. To solve above questions, this paper proposes a stock price prediction model based on the whale algorithm to optimize the Long Short-Term Memory network. The model uses the whale algorithm to optimize the important parameters of the LSTM network, which reduces the influence of human factors and improves the accuracy of model prediction. At the same time, in view of the problem that the redundancy between stock data leads to the reduction of model efficiency, recursive feature elimination algorithm is used to perform feature selection on the data, and a perfect indicator system is established for prediction. The WOA-LSTM model is constructed experimentally based on the stock data of the Shanghai Stock Exchange, and the prediction results of the model are compared and analyzed with the single LSTM, PSO-LSTM and SSA-BP models. Experimental results show that the proposed model is significantly better than other models in predicting stock prices.

[Key words] whale optimization algorithm; stock price prediction; long short-term memory network; recursive feature elimination

0 引言

近年来,机器学习已被应用于金融、交通、医药等各个领域。股票作为金融产品的重要组成部分,不仅仅反映了人们的生活水平,也预示着市场经济,这就是为什么股票走势的预测在研究人员中越来越受关注的原因^[1]。虽然历史股票信息为许多投资者和分析者提供了充裕的资源,但是对其分析与判断完全基于分析者的个人经验和直觉,显然是不可靠且效率低下的。因此,人们需要智能、科学、高效的股票研究方法,这将有助于指导股票交易^[2]。早

期,研究人员主要将各种传统的统计方法应用于时间序列模型。如:自回归条件异方差模型(GARCH)、自回归移动平均模型(ARMA)、差分整合移动平均自回归模型(ARIMA)^[3]和多元线性回归模型^[4]等等。然而,此类模型通常只能拟合股票价格与影响因素之间的线性关系,而面对复杂度高的股票价格预测,预测的准确性很难令人信服。在过去的几年里,机器学习算法,包括决策树、支持向量机、随机森林、改进的聚类算法和改进的神经网络^[5],已被应用于股票预测,并已取得了较好的预测效果。虽然神经网络在股票预测方面取得了较好

作者简介: 李婧琦(1996-),女,硕士研究生,主要研究方向:大数据分析。

收稿日期: 2022-04-21

的效果,但更深层次的神经网络可能更适合这种非线性复杂系统^[6]。LSTM神经网络就常用于预测时间序列数据,其本质上是循环神经网络(RNN)的一种变体。由于RNN训练中存在梯度消失和梯度爆炸的问题,即随着网络步长的增加,一些权重的梯度变得过小或过大。梯度爆炸问题可以通过逻辑函数等方法压缩梯度来解决,但梯度消失问题则不能用函数方法解决,导致梯度无法传播,模型无法训练,而LSTM神经网络有效地解决了这个问题。现有研究表明,在股票价格预测中,LSTM神经网络是一个具有良好准确性的预测模型^[7],且LSTM神经网络天生适合于金融市场预测,并以显著的优势超越了其它预测模型^[8]。

尽管在时间序列中LSTM是一个有用的工具,但LSTM网络仍然存在一些限制。LSTM网络属于高级计算过程,用于完成目标问题的解决方案,但其还没有准备好对其预测结果所使用的参数做出明确的说明,其中包括一些需要人为设置的部分参数(如:隐藏层神经元数量、迭代次数、学习率等)。不同参数训练的模型差距明显,因此选择最优的参数十分重要。目前,对于模型重要参数的确定往往靠研究者个人经验以及多次实验决定,浪费人力和时间。为此,提出将鲸鱼算法(WOA)优化长短期记忆神经网络(LSTM)的模型,来对股票进行预测。利用鲸鱼算法寻找LSTM关键参数的最优值,使得股票数据特征与LSTM神经网络拓扑结构之间相互匹配,以提高预测精度。与此同时,为了进一步改善模型性能、降低模型训练成本以及过拟合风险,使用以随机森林为分类器的递归特征消除算法进行特征选择,把相关性低及冗余的指标特征筛选掉,得到改进的指标体系进行预测。

1 相关工作

1.1 递归特征消除法

递归特征消除(Recursive feature elimination)是一种寻找最优特征子集的“贪心”算法,其算法的主要思想是经过不断循环迭代从而实现对特征变量的不断筛选。2017年吴辰文^[9]提出将随机森林算法(Random forest)作为迭代分类器的递归特征消除法,并且验证了在选择特征子集方面,有着优异的表现。此处利用该方法处理输入新模型的多维特征,用于建立预测指标体系,从而降低预测误差。该算法基本实现步骤如下:

(1)建立以随机森林为基础的训练分类器。

(2)计算特征的重要性度量值。

(3)对其特征迭代,剔除重要性测度低的 X 个(一般为1)特征。

(4)剩余的特征继续构造子集,重复步骤1~3,直到选择出最佳特征子集。

1.2 LSTM神经网络

LSTM由Hochreiter等^[10]于1997年提出。其设计之初,旨在使循环神经网络能够学习时间序列数据中的长期依赖关系。具体来说,传统的循环神经网络在理论上可以学习长时间间隔的数据相关性,但在实际应用中,循环神经网络只能有效地学习短时间间隔的数据相关性,而不能很好地学习长时间间隔的数据相关性。基于其隐层节点精细设计的LSTM神经网络则可以有效解决上述问题。

LSTM神经网络作为循环神经网络(RNN)的变体,具有RNN可以长时间记忆的特点,创造性地加入了遗忘门,解决了长期依赖长期信息的问题。通过调整遗忘门中的权重和偏差,可实现训练集数据的拟合。LSTM的内部结构如图1所示,其工作原理通常分为以下步骤:

(1)通过观察 h_{t-1} 和 x_t ,使用sigmoid函数以一定的概率丢弃信息或保留信息。sigmoid函数的输出范围为 $[0, 1]$ ，“0”表示完全丢弃该信息，“1”表示完全保留该信息。完成该功能的部分称为遗忘门,可表示为

$$f_t = \text{sigmoid}(W_f \cdot [x_t, h_{t-1}] + b_f) \quad (1)$$

其中, h_{t-1} 为上个单元的输出; x_t 为当前单元的输入; W_f 为遗忘门权重矩阵; b_f 为遗忘门偏置项。

(2)处理当前输入序列的输入,该功能由输入门完成。

$$i_t = \text{sigmoid}(W_i \cdot [x_t, h_{t-1}] + b_i) \quad (2)$$

$$\bar{c}_t = \tanh(W_c \cdot [x_t, h_{t-1}] + b_c) \quad (3)$$

其中, W_i 、 W_c 分别为输入门、神经元状态的权重矩阵, b_i 、 b_c 分别为对应的偏置项。

(3)根据输入门、遗忘门和之前的细胞状态,更新当前细胞状态。

$$C_t = f_t \cdot C_{t-1} + i_t \cdot \bar{c}_t \quad (4)$$

其中, C_{t-1} 为上个单元细胞状态。

(4)根据输出公式得到输出值。

$$o_t = \text{sigmoid}(W_o \cdot [x_t, h_{t-1}] + b_o) \quad (5)$$

$$h_t = o_t \cdot \tanh(C_t) \quad (6)$$

其中, W_o 为输出门权重矩阵; b_o 为输出门偏置

项; h_t 为当前单元输出。

(5) 根据反向传播算法计算梯度变化, 然后根据梯度下降法调整权重和偏差。

LSTM 神经网络通过上述精心设计, 使其能够有效挖掘时间序列数据中间隔较长数据之间的相关性, 从而更有效地预测未来的股票价格和波动。

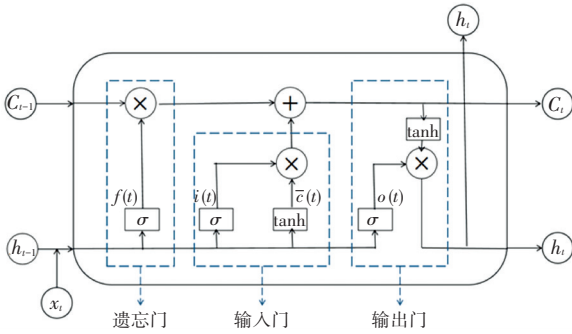


图 1 LSTM 网络单元结构

Fig. 1 LSTM network structure

1.3 WOA 鲸鱼算法

鲸鱼优化算法 (WOA) 是由 Mirjalili 等人提出的一种模拟座头鲸泡泡网喂食的算法^[11]。该算法本质上是一种基于群体智能模拟的元启发式算法。

1.3.1 包围猎物

WOA 将猎物位置视为最优目标或近似最优解, 其它种群中的个体以此为基础更新自己的位置。此过程的数学模型可用以下公式表示:

$$\begin{cases} D = |C \cdot X^*(t) - X(t)| \\ X(t+1) = X^*(t) - A \cdot D \\ A = 2ar - a \\ C = 2r \end{cases} \quad (7)$$

其中: t 表示迭代次数; A, C 表示系数向量; X^* 是当前的最佳鲸鱼位置; X 是当前鲸鱼位置; a 在迭代过程中从 2 线性减小到 0; r 表示区间 $[0.1, 1]$ 内的随机数。

1.3.2 泡泡网攻击方式

泡泡网攻击可以分为两种策略: 收缩包围和螺旋更新位置。

(1) 收缩包围: 该方式是通过公式中的 a 值来实现的。 a 在迭代过程中从 2 减少到 0, 而 A 是区间 $(-a, a)$ 内的随机数, 即 A 为 $(-2, 2)$ 中的一个随机值。当 A 设置为从 $-1 \sim 1$ 时, 鲸鱼的新位置可以定义为原始位置和猎物位置之间的任何位置。

(2) 螺旋更新位置: 首先计算鲸鱼与猎物位置之间的距离, 然后在两个位置之间建立螺旋方程, 来模拟鲸鱼的螺旋运动:

$$\begin{cases} X(t+1) = D \cdot e^{bl} \cdot \cos(2\pi l) + X^*(t) \\ D = |X^*(t) - X(t)| \end{cases} \quad (8)$$

其中: D 表示鲸鱼与猎物的距离; b 表示螺旋形状常数; l 为区间 $[-1, 1]$ 上的随机数。

在收缩包围猎物的同时, 鲸鱼在螺旋轨道上捕猎猎物。为了模拟这种同时发生的行为, 假设有 0.5 的概率可以在收缩包围猎物和螺旋模型之间做出选择, 以更新鲸鱼位置, 则数学模型如下:

$$X(t+1) = \begin{cases} X^*(t) - A \cdot D, p < 0.5 \\ D \cdot e^{bl} \cdot \cos(2\pi l) + X^*(t), p \geq 0.5 \end{cases} \quad (9)$$

(3) 寻找猎物: 鲸鱼根据彼此的位置寻找猎物。当 $|A| > 1$ 时, 鲸鱼位置是通过随机选择来更新的。数学模型如下:

$$\begin{cases} X(t+1) = X_{rand}(t) - A \cdot D \\ D = |C \cdot X_{rand}(t) - X(t)| \end{cases} \quad (10)$$

其中, $X_{rand}(t)$ 表示随机鲸鱼的位置。

1.4 基于鲸鱼算法的 LSTM 参数优化

LSTM 模型的关键参数通常依赖于研究人员的经验设置, 随机性大、预测精度不理想, 甚至可能陷入局部最佳解决方案。为解决上述问题, 使用鲸鱼算法优化长短期记忆神经网络。将长短期记忆神经网络的隐藏层神经元个数、学习率、训练迭代次数作为鲸鱼算法的寻优目标。优化模型的工作主要分为 4 部分:

(1) 确定 LSTM 网络拓扑结构并初始化网络里所有参数。

(2) 根据待优化参数所确定的随机值, 选择参数搜索范围。

(3) 计算个体鲸鱼对应的适应度值。适应度值设置为模型验证数据集的均方根误差 (RMSE)。若计算的适应度是最小值, 则将其设为本次的最优结果, 并且与全局最优适应度值对比大小。若该值小于全局最优适应度值, 则进行替换。

(4) 开始迭代。用鲸鱼算法不断更新需要优化的 3 个超参数, 重复步骤 3~4, 直到达到最大迭代次数。

1.5 基于鲸鱼算法优化的 LSTM 预测模型

构建鲸鱼算法优化 LSTM 预测模型的核心是优化工作, 图 2 展示了预测模型的具体算法流程。通过对样本数据的训练过程, 寻找关键参数最优值。具体步骤如下:

(1) 数据集预处理。首先丢弃异常值、补全缺失值, 并把数据按时间排序; 其次, 将数据集进行归一化处理; 最后, 用递归特征消除法进行特征选择。

(2) 鲸鱼算法参数初始化。确定鲸鱼算法中的

最大迭代次数(t_max)、鲸鱼数量 n 、搜索范围的最大值(u_b)和最小值(l_b)。

(3) 鲸鱼位置初始化。随机生成种群鲸鱼 $X_{i,0}(l, e, a)$, 其中 l 为训练迭代次数, e 为学习率, a 为隐藏层神经元个数。

(4) 鲸鱼算法通过包围猎物、泡泡网攻击和搜索猎物, 不断优化网络参数, 直到迭代结束, 得到最优的训练迭代次数、学习率和隐藏层神经元个数。

(5) 将测试数据集输入到利用最优参数构建好的 LSTM 模型中, 输出预测值。

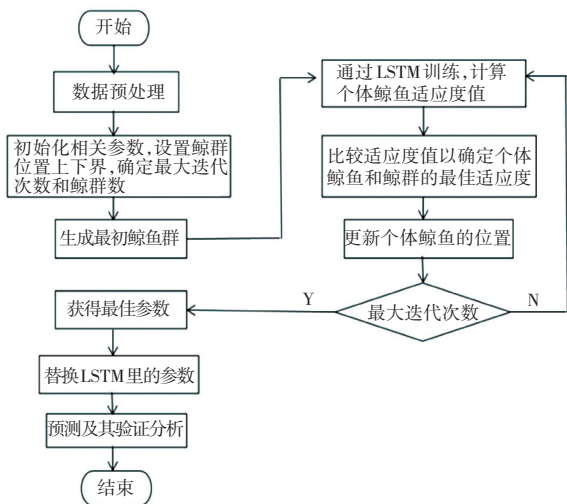


图 2 WOA-LSTM 预测模型

Fig. 2 WOA-LSTM prediction model

2 实验结果与分析

实验选取上证指数 (SH000001) 为例, 采用上证指数的交易指标和技术指标作为数据集, 各指标见表 1。数据通过 python 的 Tushare 财务接口包获得, 时间段为 2012 年 6 月 7 日至 2022 年 3 月 17 日, 其中包括上证指 2 378 条数据。实验前删除掉因停牌等操作造成的缺失数据, 并将数据进行时间排序。为了更好地评估模型性能, 选用 LSTM 模型、PSO-LSTM 模型和 SSA-BP 模型与 WOA-LSTM 模型进行对比实验。

表 1 股票价格预测指标

Tab. 1 Stock price prediction index

特征变量	
交易指标	开盘价, 收盘价, 最高价, 最低价, 涨跌幅
技术指标	趋势类: MA5, MA20, Boll, UB, LB, EMA12, EMA26, DIFF, DEA, MACD, TRIX, ADXR 摆动类: KDJ, BIA6, BIA12, RSI6, RSI12, WR6, WR10, MOM, ATR, CCI, ROC 能量类: VOL, OBV, VR, AD

2.1 模型评价标准

为了显示各模型预测效果, 采取均方根误差 (RMSE)、平均绝对百分比误差 (MAPE)、平均绝对误差 (MAE) 和决定系数 R^2 等 4 个评价指标, 来评估每个模型的预测效果。其中, RMSE、MAPE、MAE 数值越小, 说明模型预测结果越准确, 与实际值偏差越小; 决定系数 R^2 越接近 1, 说明模型的拟合优度越高, 预测效果越好。具体公式定义为:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (y'_n - y_n)^2} \quad (11)$$

$$MAPE = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{|y'_n - y_n|}{y_n} \quad (12)$$

$$MAE = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |y'_n - y_n| \quad (13)$$

$$R^2 = \frac{\sum_{n=1}^N (y'_n - \bar{y}')^2}{\sum_{n=1}^N (y_n - \bar{y})^2} \quad (14)$$

其中: N 为样本数; y'_n 为模型预测值; y_n 为样本真实值; \bar{y}' 为样本真实值的平均值。

2.2 实验分析

2.2.1 构建预测指标体系

利用基于随机森林为分类器的递归特征消除法, 将不重要的特征从数据子集中剔除。

对初始 32 个特征进行算法迭代, 直至达到所需要的特征数量。在重复交叉验证的实验中, 最终得到最佳特征数量为 13 个。交叉验证所选的特征数量如图 3 所示, 选取的最终最佳预测指标, 见表 2。

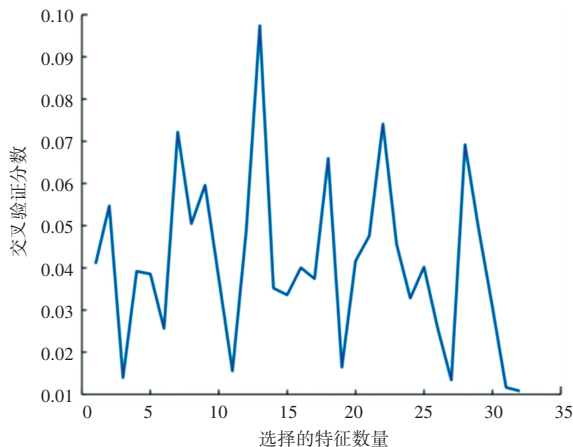


图 3 RFE 最佳特征数量

Fig. 3 RFE optimal number of features

表 2 特征子集
Tab. 2 Feature subset

特征变量	数据描述
收盘价	收市时的价格
最高价	交易时段产生的最高价格
最低价	交易时段产生的最低价格
MA5	5 日移动平均线
LB	布林带支撑线
TRIX	三重指数平滑平均线
AD	集散量指标
ATR	平均真实波幅指标
KDJ_K	随机快指标
KDJ_D	随机慢指标
MOM	动量指标
OBV	能量潮指标
VOL	成交量指标

2.2.2 模型参数选择及优化结果

构建的鲸鱼算法优化 LSTM 模型是由输入层、隐藏层和输出层组成的循环神经网络,且使用 Adam 优化器进行梯度下降优化权值,初始鲸鱼数量为 30,最大迭代次数为 100。利用鲸鱼算法对股票预测模型的参数寻优,上证指数数据训练所得最优参数,分别为迭代次数 167、学习率为 0.02、隐藏层神经元个数为 128。

各模型在寻优过程中不断收敛的适应度曲线如图 4 所示。从图中对应的曲线可见,WOA-LSTM 的收敛速度和准确性均优于 PSO-LSTM、SSA-BP。

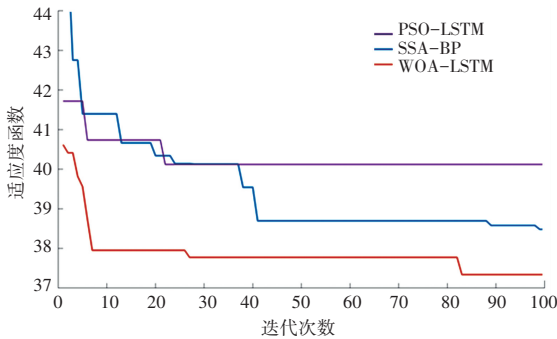


图 4 适应度值收敛曲线图

Fig. 4 Fitness value convergence curve

2.2.3 股票价格预测

将经过特征选择的股票数据代入预测模型,验证模型的有效性,并与 LSTM 模型、PSO-LSTM 模型、SSA-BP 模型进行对比分析。各个模型的预测结果如图 5~图 8 所示。在对应图中可以明显看出,经过鲸鱼算法优化 LSTM 的预测曲线更加接近真实曲线,即预测值与真实值最为接近,拟合优度最高。说明该模型预测性能以及弱化滞后能力都表现最佳。

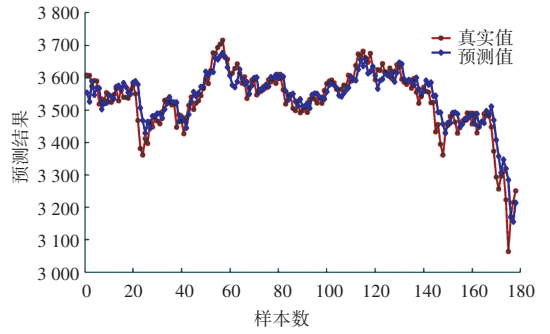


图 5 LSTM 模型真实值与预测值对比

Fig. 5 Comparison between the actual value and the predicted value of the LSTM model

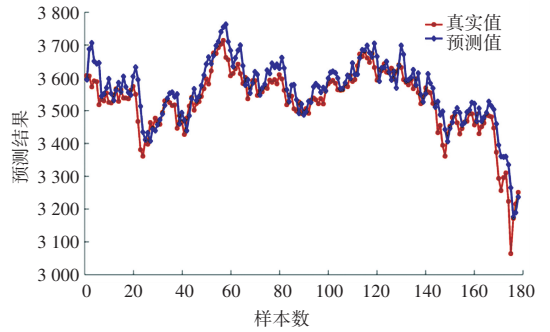


图 6 PSO-LSTM 模型真实值与预测值对比

Fig. 6 Comparison between the actual value and the predicted value of the PSO-LSTM model

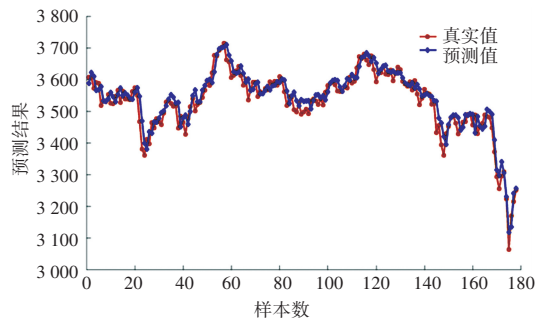


图 7 SSA-BP 模型真实值与预测值对比

Fig. 7 Comparison between the actual value and the predicted value of the SSA-BP model

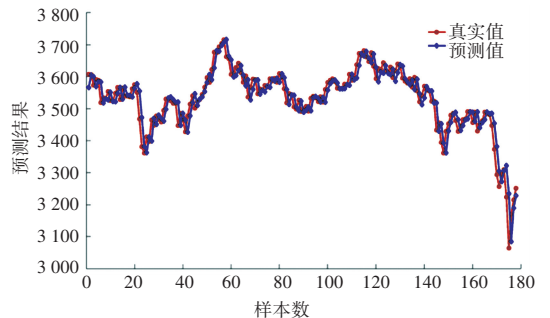


图 8 WOA-LSTM 模型真实值与预测值对比

Fig. 8 Comparison between the actual value and the predicted value of the WOA-LSTM model

为了进一步准确地验证模型的预测性能,表 3

给出了各个模型的4种评价指标计算结果。从表3可知,通过鲸鱼算法优化的LSTM模型对应RMSE、MAPE、MAE值分别为21.7631、0.0072、26.2907,均低于其它3种预测模型,并且该模型的决定系数为0.9316,结果比其它预测模型更接近1,说明模型的拟合效果更佳。

表3 各模型评价指标比较

Tab. 3 Comparison of evaluation indicators of each model

Model	RMSE	MAPE	MAE	R^2
LSTM	41.7441	0.0096	29.7158	0.8398
PSO-LSTM	39.8726	0.0090	28.6744	0.8583
SSA-BP	25.5156	0.0089	28.3265	0.8815
WOA-LSTM	21.7631	0.0072	26.2907	0.9316

其中,WOA-LSTM的RMSE指标比LSTM低47.87%,比PSO-LSTM低45.42%,比SSA-BP低14.71%;MAPE指标比其它3种模型分别低25.00%、20.00%、19.10%;MAE指标则分别减少了11.53%、8.31%、7.19%。综上所述,通过鲸鱼算法优化的LSTM模型预测性能有着显著提高。

3 结束语

为了提高股票价格预测模型的预测性能,本文提出了使用鲸鱼算法(WOA)优化LSTM的股票价格预测模型。利用鲸鱼算法对LSTM网络的重要参数寻优,使得人为因素的影响降低,模型预测的准确性提高。本文选取了上证指数股票数据进行实验。验证了鲸鱼算法在寻优过程时的收敛速度以及准确性方面都有着显著的优势。并且在预测性能方面,相较于单一神经网络模型与其它被优化的神经网络模型,经鲸鱼算法优化的LSTM模型具有更好的预测精度。同时,考虑到股票时间序列数据具有冗余性,筛除与预测值负相关以及相关性的特征,用最佳特征子集训练新的模型,使得模型的预测精度得

到了进一步的提高。面对庞大而复杂的股票市场,通过鲸鱼算法优化的LSTM模型能够实现更快、更准确地进行预测,可以在一定程度上降低投资者的风险。该模型可以有效地处理时间序列,在时间序列问题上具有一定应用前景。

参考文献

- [1] EMERSON S, KENNEDY R, O'SHEA L, et al. Trends and applications of machine learning in quantitative finance[C]//8th international conference on economics and finance research (ICEFR 2019). 2019.
- [2] NELSON D M Q, PEREIRA A C M, DE OLIVEIRA R A. Stock market's price movement prediction with LSTM neural networks [C]//2017 International joint conference on neural networks (IJCNN). IEEE, 2017: 1419-1426.
- [3] CHEN Y, HAO Y. A feature weighted support vector machine and K-nearest neighbor algorithm for stock market indices prediction [J]. Expert Systems with Applications, 2017, 80: 340-355.
- [4] FARANDA D, PONS F M E, GIACHINO E, et al. Early warnings indicators of financial crises via auto regressive moving average models [J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2015, 29(1-3): 233-239.
- [5] VIJH M, CHANDOLA D, TIKKIWAL V A, et al. Stock closing price prediction using machine learning techniques [J]. Procedia computer science, 2020, 167: 599-606.
- [6] ZHANG D, LOU S. The application research of neural network and BP algorithm in stock price pattern classification and prediction [J]. Future Generation Computer Systems, 2021, 115: 872-879.
- [7] ROONDIWALA M, PATEL H, VARMA S. Predicting stock prices using LSTM [J]. International Journal of Science and Research (IJSR), 2017, 6(4): 1754-1756.
- [8] FISCHER T, KRAUSS C. Deep learning with long short-term memory networks for financial market predictions [J]. European Journal of Operational Research, 2018, 270(2): 654-669.
- [9] 吴辰文,梁靖涵,王伟,等.基于递归特征消除方法的随机森林算法[J].统计与决策,2017(21):60-63.
- [10] HOCHREITER S, SCHMIDHUBER J. Long short-term memory [J]. Neural computation, 1997, 9(8): 1735-1780.
- [11] MIRJALILI S, LEWIS A. The whale optimization algorithm [J]. Advances in engineering software, 2016, 95: 51-67.

(上接第34页)

- [2] 赵靖,马万经,廖大彬.基于宏观基本图的交通小区通过量最大化控制方法[J].公路交通科技,2017,34(3):110-116.
- [3] 徐建闽,鄢小文,马莹莹,等.基于宏观基本图的路网边界信号控制策略[J].东南大学学报:英文版,2017,33(4):502-510.
- [4] 杜怡曼,吴建平,贾宇涵,等.基于宏观基本图的区域交通总量动态调控技术[J].交通运输系统工程与信息,2014,14(3):162-167.
- [5] 李轶舜,徐建闽,王琳虹.过饱和交通网络的多层边界主动控制方法[J].华南理工大学学报(自然科学版),2012,40(7):27-32.
- [6] 王力,李敏,何忠贺,等.基于节点状态一致的路网边界控制

- [J]. 控制理论与应用, 2020, 37(4): 888-896.
- [7] 张勇,白玉,杨晓光.城市道路网络死锁控制策略[J].中国公路学报,2010,23(6):96-102.
- [8] 丁恒,杨涛,郑小燕,等.交通拥堵区边界入口可拓提升控制[J].东南大学学报(自然科学版),2019,49(4):781-787.
- [9] 张凌焯,帅斌,丁冬,等.考虑超级街区的城市路网边界控制策略研究[J].交通运输系统工程与信息,2020,20(6):91-98.
- [10] 刘澜,李新.基于MFD的路网可扩展边界控制策略[J].公路交通科技,2018,35(9):85-91.
- [11] 张卫华,陈森,丁恒.考虑边界交叉口交通拥堵的反馈阀门控制[J].控制理论与应用,2019,36(2):241-248.