

文章编号: 2095-2163(2021)07-0054-06

中图分类号: TP391.41

文献标志码: A

基于改进级联金字塔网络的人体骨架提取算法

黄友, 张娜, 包晓安

(浙江理工大学信息学院, 杭州 310018)

摘要: 由于背景复杂和人体容易被遮挡等情况的发生, 导致人体骨架关键点的定位精度不高。针对这一问题, 本文提出一种基于改进级联金字塔网络的人体骨架提取算法。该算法将注意力模块加入到级联金字塔特征提取网络的每一个残差块之后, 根据特征图的不同部分和不同特征图的重要性程度分配不同的权重。同时将原来级联金字塔网络的 2 次上采样操作改为一次, 以减少上采样过程中产生的冗余背景特征。实验结果表明: 该算法可以较好地改善原 CPN 网络在遮挡、背景复杂等情况下定位不精准的问题。

关键词: 级联金字塔网络; 注意力机制; 多层次特征提取; 特征融合; 困难关键点挖掘; 目标关键点相似度

Human skeleton extraction algorithm based on improved cascaded pyramid network

HUANG You, ZHANG Na, BAO Xiao'an

(School of Informatics Science and Technology, Zhejiang Sci-Tech University, Hangzhou 310018, China)

[Abstract] Due to the complex background and the easy occlusion of the human body, the positioning accuracy of the key points of the human skeleton is not high. Aiming at this problem, this paper proposes a human skeleton extraction algorithm based on an improved cascaded pyramid network. The algorithm adds the attention module to each residual block of the cascaded pyramid feature extraction network, and assigns different weights according to different parts of the feature map and the importance of different feature maps. At the same time, the two upsampling operations of the original cascaded pyramid network are changed to one to reduce the redundant background features generated in the upsampling process. Experimental results show that the algorithm can better improve the problem of inaccurate positioning in the original CPN network under occlusion and complex background conditions.

[Key words] cascaded pyramid network; attention mechanism; multi-level feature extraction; feature fusion; hard keypoints mining; object keypoint similarity

0 引言

人体骨架提取(也被称为人体骨架关键点检测)算法主要是检测人体的鼻子、左右眼、左右耳、左右肩、左右手肘、左右手腕、左右臀、左右膝、左右腿等关键点, 使用这些关键点描述人体的骨架信息^[1]。人体骨架关键点检测算法被广泛应用在人机交互、智能视频监控、智能安防、行为识别、任务跟踪和步态识别等领域^[2]。

早期的基于人体骨架的行为识别方法主要是通过手工设计特征的方式来对行为进行表征^[3]。然而, 这些手工特征只在一些特定的数据集上表现良好, 可能无法迁移到其它数据集上, 不具有普适性^[4]。随着深度学习的出现, 一些使用基于深度神经网络对人体骨架进行行为识别的方法越来越受到

人们的欢迎^[5]。

基于深度学习的人体骨架关键点检测算法主要有 2 个方向。一种是自上而下, 一种是自下而上。自上而下的人体骨架关键点检测算法主要包含 2 个部分: 人体目标检测和单人人体骨架关键点检测^[6]。首先通过目标检测算法将人体目标检测出来, 然后在此基础上对单个人做人体骨架关键点检测, 其中代表性算法有 G-RMI^[7]、CFN^[8]、RMPE^[9]、Mask R-CNN^[10]和 CPN^[11]。目前, 自上而下的人体骨架关键点检测算法在 MSCOCO 数据集上最好的检测精度是 72.6%。自下而上的人体骨架关键点检测算法也包含 2 个部分: 关键点检测和关键点聚类^[12]。首先需要将图片中所有的关键点都检测出来, 然后根据关键点之间的关系对所有的关键点进行聚类得到不同的个体, 其中对关键点之间关系进

基金项目: 国家自然科学基金(620705014;1); 浙江省自然科学基金青年基金(LQ20F050010); 浙江省重点研发计划项目(2020C03094)。

作者简介: 黄友(1995-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向: 图像处理、深度学习; 张娜(1977-), 女, 副教授, 主要研究方向: 智能信息处理; 包晓安(1973-), 男, 教授, 主要研究方向: 软件测试、智能信息处理。

通讯作者: 包晓安 Email: baobaoan@zstu.edu.cn

收稿日期: 2021-03-24

行建模的代表性算法有 PAF^[13]、Associative Embedding^[14]、Part Segmentation^[15] 和 Mid-Range offsets^[16]。自下而上的人体骨架关键点检测算法目前在 MSCOCO 数据集上最好的检测精度是 68.7%。

自上而下的人体骨架提取方法定位精度比自下而上的方法高,但是该方法比较依赖检测到的人体目标框。由于图片中人体容易被遮挡和干扰^[17],导致对人体关键点的定位精度不高。针对这一问题,本文提出一种基于改进级联金字塔网络的人体骨架提取算法。该算法将注意力模块加入到级联金字塔的特征提取网络中,通过模型学习对不同的特征信息分配权重系数。以增强网络对重要特征信息的关注同时减弱无用的复杂背景特征信息,进而提高对遮挡的人体关键点的定位精度。同时将原级联金字塔网络的 2 次上采样过程改为一次,以减少在上采样过程中产生的背景特征。

1 相关研究

1.1 级联金字塔网络

级联金字塔网络 (Cascaded Pyramid Network, CPN) 网络包括 2 个部分:粗略检测关键点的 GlobalNet 网络和微调 RefineNet 网络,其网络结构如图 1 所示。GlobalNet 网络使用残差网络提取多尺度特征图,通过特征金字塔网络融合多尺度特征图,实现对人体关键点的初步定位。RefineNet 网络以沙漏网络为基础,对由 GlobalNet 网络检测的关键点中损失较大的关键点进行修正,进而实现对人体关键点的精确定位。

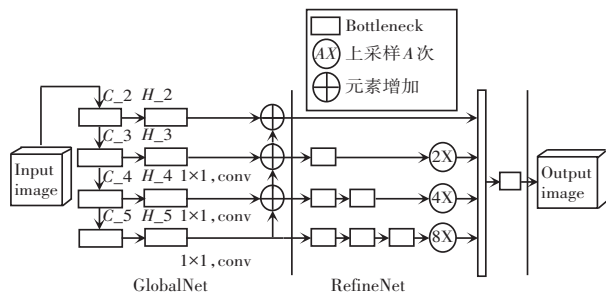


图 1 级联金字塔网络结构图

Fig. 1 The structure diagram of CPN

GlobalNet 网络采用 ResNet50 残差网络提取多尺度的特征,再使用 FPN 对这些多尺度特征进行融合,利用 L_2 损失函数计算关键点定位损失。采用 Resnet50 的第 3、7、13 和 16 个 Bottleneck 块的输出作为多尺度特征图,分别记为 C_2 、 C_3 、 C_4 和 C_5 。对每一层特征图,利用一个 3×3 的卷积滤波层去生成一组热力图,每张热力图对应一个关键点,

分别记为 H_2 、 H_3 、 H_4 和 H_5 。

这些特征图中,浅层特征图具有较高的空间分辨率,但是其中包含的语义信息较少,而深层特征图具有较多的语义信息,但是空间分辨率较低。单一层的特征图无法兼顾空间分辨率和较多的语义信息,故采用 FPN 网络来对这些特征图进行融合,使得融合后的特征图中既包含丰富的语义信息,同时也包含由于不断降采样而丢失的底层细节信息。FPN 通过对底层特征进行上采样,再与上层特征进行融合,实现浅层特征与深层特征之间的融合,实际上是浅层特征生成的热力图与深层特征生成的热力图之间的融合。利用 L_2 损失函数计算这些生成的热力图与真实关键点坐标生成的热力图之间的误差,根据误差对网络进行训练。

GlobalNet 网络对于一些简单的、可见的、容易检测的关键点(比如眼睛)的定位精度较高,可是对于一些隐藏的关键点(比如臀部)的定位精度较低。对于这些难以检测的关键点的定位通常需要利用更多的语义信息,单独使用 GlobalNet 网络无法直接识别这些“困难”关键点。

RefineNet 网络就是为了处理这些“困难”关键点,RefineNet 接收来自 GlobalNet 网络提取的多层次特征,对于不同层的特征图后加入不同数量的 Bottleneck 残差模块进一步提取更深层的特征,再对这些特征图进行上采样并通过 concat 层把这些信息拼接起来。这样就综合利用了 FPN 所有层的特征,可以获得更多的语义信息。

而随着网络训练的进行,网络会更倾向于关注可见的“简单”关键点,但是其重要性不及“困难”关键点。因此,网络需要在两者的关注之间取得一个平衡。为此,RefineNet 采用带有在线困难关键点挖掘 (Online Hard Keypoints Mining, OHKM) 的 L_2 函数作为计算关键点预测损失函数,根据训练损失显式地选择“困难”关键点,并且只对这些“困难”关键点反向传播梯度进行训练。

1.2 注意力机制

注意力机制 (Convolutional Block Attention Module, CBAM)^[18] 是通过学习对图像不同特征信息和不同特征层分配权重系数,以便能够强调对学习目标有用的信息抑制无用的信息。注意力模块一般可分为通道注意力模块和空间注意力模块两部分,两者的侧重点不同。

通道注意力模块是通过池化操作学习每个通道的重要性程度,将输入特征图分别经过最大池化和

平均池化,之后用多层感知机(Multilayer Perceptron, MLP)进行学习,将学习的结果叠加之后经过 sigmoid 函数激活得到通道注意力(如图 2 左半部分所示)。空间注意力模块是学习特征图中不同位置对于学习目标的重要性程度,将输入特征图经过最大池化和平均池化后,将二者的输出按照第一维度进行拼接,再经过一个 3×3 的卷积层,之后经过 sigmoid 函数激活得到空间注意力(如图 2 右半部分所示)。

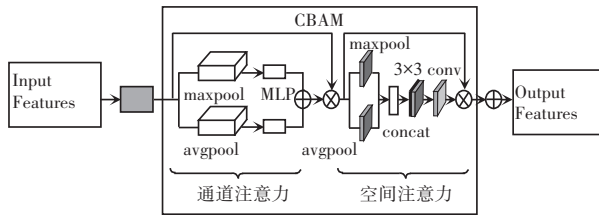


图 2 注意力模块图

Fig. 2 The module diagram of CBAM

2 本文设计

CPN 网络是一种自上而下的关键点定位算法,需要先检测到人体目标框再对人体目标做单人骨架关键点定位。由于图像背景复杂,会导致检测到的人体存在遮挡和干扰等情况,进而影响到被遮挡的

关键点的定位准确度。同时,在原 CPN 网络中,采取了 2 次上采样操作,而上采样操作会带来更多的背景特征。

针对检测到的人体被遮挡问题,本文提出了一种基于改进 CPN 的人体骨架提取算法。该算法是将 CBAM 加入到 CPN 网络中,其网络模型结构如图 3 所示。采用在 ResNet50 网络的第 3、7、13 和 16 个 Bottleneck 块的输出之后分别加入 CBAM 模块, CBAM 可以在不改变网络的整体架构的基础上作用于深浅不同的多层次特征图上。通过不同的权重分配使网络能够着重学习有用的特征而抑制无用的特征,也即是加强对关键点的特征图的关注而减少对复杂背景的关注。这样可以较好地提高复杂背景下人体关键点的定位精度。

针对上采样过程中产生的冗余背景特征问题,本文采用将 2 次上采样修改为一次。具体实现过程为对经过 CBAM 处理之后的多层次特征图进行上采样,其中特征图由浅到深分别上采样的倍数为 1、2、4 和 8。

再对经过上采样之后的特征图进行融合,使得融合之后的特征图中既包含丰富的语义信息,同时也包含由于不断降采样而丢失的底层细节信息。

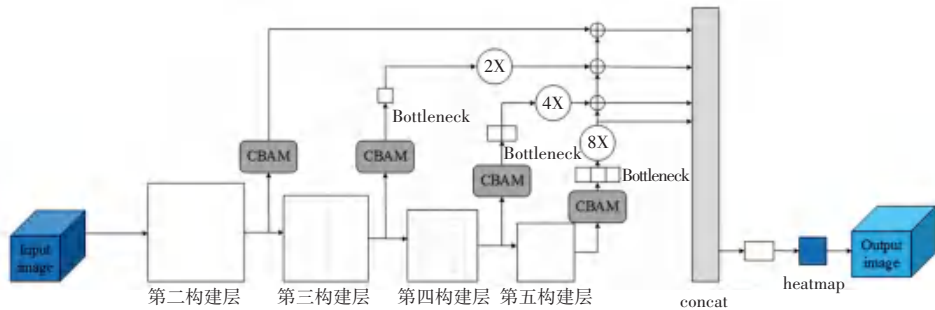


图 3 改进 CPN 网络结构图

Fig. 3 The structure diagram of improved CPN

3 实验结果及分析

本文实验所用的计算机配置如下:CPU 为 Intel (R) Xeon(R) Silver 4110 CPU @ 2.10 GHz;GPU 为 15 G NVIDIA Corporation TU104GL [Tesla T4] 显卡;主频为 4.00 GHz;系统为 CentOS 7.7。采用 Python3.6 作为编程语言,深度学习框架选取 Pytorch1.4.0。

3.1 实验数据集

为评估本节所设计算法的性能,采用 COCO 数

据集进行实验验证。COCO 数据集对人体的 17 个骨架关键点进行标注,共计有 58 945 张图片,有 15 K 个标记的人物,有 171 K 个标记的关键点。由于数据集中一部分图像的质量不高,采用图像标准化、随机调整亮度和对比度等操作对图像进行处理,改善图像的视觉效果,使得图像能够更适合分析和处理的需求。

采用其中 44 208 张包含人体骨架关键点标注信息的图片作为实验训练集,其余的 14 737 张图片

作为实验测试集。同时选用在实际场景下采集的几张图片验证本文改进算法的性能。

3.2 性能评价指标

人体骨架关键点检测算法的预测值无法与真实值一一对应,不能像分类问题那样采用一些常用指标(如:精度、召回率等)进行性能评价。因此,需要构建一个合适的人体骨架关键点相似度的度量指标,以此来判断某个关键点的预测是否正确,从而评价算法的优劣。目前,最常用的就是 *OKS* (Object Keypoint Similarity) 指标,这个指标启发于目标检测中的 *IoU* 指标。其计算公式如下:

$$OKS_p = \frac{\sum_i \exp\{-d_{pi}^2/2S_p^2\sigma_i^2\} \delta(v_{pi} = 1)}{\sum_i \delta(v_{pi} = 1)} \quad (1)$$

其中, OKS_p 表示图像中第 p 个人的相似度指标; p 为人工标注的真实人体的编号; i 为人体骨架关键点的编号; d_{pi} 为第 p 个人的第 i 个关键点的预测位置与真实位置之间的欧氏距离; S_p 为第 p 个人的尺度因子,定义为此人在人工标注框中所占面积的平方根; σ_i 是第 i 个骨架关键点的归一化因子,是通过对已有的数据集中这个关键点的计算标准差得到的。该值越大,表示这个关键点越难标注;值越小,表示这个关键点越容易标注; v_{pi} 为第 p 个人的第 i 个关键点的状态; $\delta(v_{pi} = 1)$ 为克罗内克函数,即只有被标注为可见的人体骨架关键点 ($v_{pi} = 1$) 才计入评价指标,其计算公式如下:

$$\delta(v_{pi} = 1) = \begin{cases} 1, & \text{if } v_{pi} = 1 \\ 0, & \text{if } v_{pi} \neq 1 \end{cases} \quad (2)$$

由公式(2)可知,2个关键点之间的相似度取值在 $[0, 1]$ 之间。选定一个阈值 t 后,通过将图中第 p 个人的相似度值(即 OKS_p) 与 t 作比较。如果当前的 OKS_p 大于 t , 那就说明当前这个人的骨架关键点成功检测出来了,并且检测对了。如果小于 t , 则说明检测失败或者误检漏检。再统计图中所有人的 OKS , 计算其中大于 t 的比值。该比值是阈值为 t 时的人体骨架关键点检测算法的平均精度 (Average Precesion, AP), 其计算公式如下:

$$AP@t = \frac{\sum_p \delta(OKS_p > t)}{\sum_p 1} \quad (3)$$

最后再根据不同的阈值 t , 计算平均值,即为 mAP (mean Average Precesion)。一般情况下阈值是在 $[0.5, 0.95]$ 的范围内以 0.05 为步长递增选取, mAP 计算公式为:

$$mAP = \text{mean}\{AP@(0.5;0.05;0.95)\} \quad (4)$$

3.3 模型参数设置

本节设计算法设置网络输入图像大小为 256×192 (宽 \times 高),利用公开数据集 ImageNet 的预训练参数进行模型初始化,利用 Adam 优化器优化学习率,进而调整网络的参数。训练的批次大小为 16, max_epoch 为 12。这里采用预热 (warm up) 学习率策略,学习率在前 500 次迭代中线性增加至初始学习率 0.001,之后在 $epoch7$ 和 $epoch10$ 的时候衰减为之前的 $1/3$ 。

3.4 实验结果及分析

为了验证本文提出的改进 CPN 网络对人体骨架关键点的检测精度优于原 CPN 网络,使用 COCO 数据集进行训练并做对比试验。采用平均准确率 mAP 、阈值为 0.5, 0.75 的平均准确率 $AP@0.5$ 和 $AP@0.75$ 、中等尺度目标的平均准确率 AP_M 和大尺度目标的平均准确率 AP_L 作为对比指标,试验结果如图 4 所示。从图 4 中可以看出,本节提出的改进的 CPN 网络的 mAP 为 73.2,相较于原 CPN 网络提高了 1.8。而且在其他阈值及不同尺度目标情况下的 AP 也都有一定的提升。

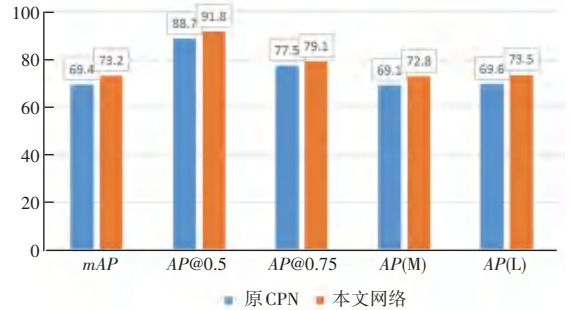


图 4 改进网络和原 CPN 网络检测结果对比图

Fig. 4 The comparison diagram of the detection results of the improved CPN and the original CPN

为了进一步分析在网络的不同位置添加 CBAM 模块对人体关键点检测精度的影响,分别采用在 ResNet50 网络的第 3、7、13 和 16 个 Bottleneck 块的输出之后加入 CBAM 模块以及只在 ResNet50 网络的 16 个 Bottleneck 块的输出之后加入 CBAM 模块进行对比试验。同样地,采用平均准确率 mAP 、阈值为 0.5, 0.75 的平均准确率 $AP@0.5$ 和 $AP@0.75$ 、中等尺度目标的平均准确率 AP_M 和大尺度目标的平均准确率 AP_L 作为对比指标,试验结果如图 5 所示。从图 5 中可以看出,采用在 ResNet50 网络的第 3、7、13 和 16 个 Bottleneck 块的输出之后加入 CBAM 模块的 mAP 为 73.2,相较于只在 ResNet50 网

络的 16 个 Bottleneck 块的输出之后加入 CBAM 模块提高了 0.9, 而且在其他阈值及不同尺度目标情况下的 AP 也都有一定的提升。

同时为了验证本节提出的改进 CPN 网络对人体骨架关键点的检测精度优于当前主要的关键点检测方法, 选取当前主流的关键点检测方法做对比试验。主要有 CMU-Pose、Mask R-CNN、G-RMI 和 PersonLab, 其中 CMU-Pose 和 PersonLab 是自底向上的方法, Mask R-CNN 和 G-RMI 是自顶向下的方法。实验结果如图 6 所示。从图 6 中可以看出, 本文提出的改进 CPN 网络对关键点的定位精度明显优于 CMU-Pose 和 PersonLab, 较同类方法 Mask R-CNN 和 G-RMI 也有一定的提高。

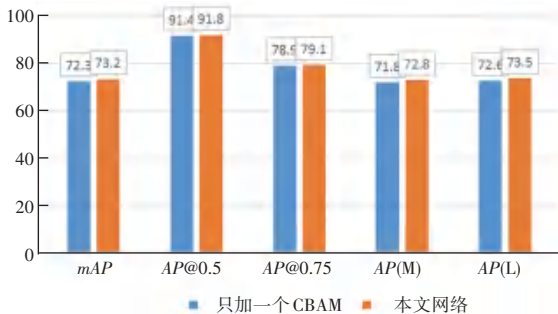


图 5 添加不同数量的 CBAM 模块检测结果对比图

Fig. 5 The comparison diagram of the detection results of adding different numbers of CBAM

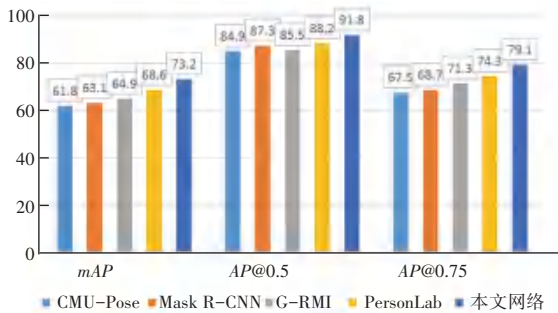


图 6 本文改进网络和主流网络的检测结果对比图

Fig. 6 The comparison diagram of the detection results of the improved CPN and mainstream networks

为了验证本文设计的算法在不同背景情况下的检测效果, 选取在影院复杂背景情况中的一张单人图片和一张多人图片分别在有无遮挡情况下做实验进行检测。对人体的 17 个不同的关键点用不同的颜色进行标记, 并将有联系的关键点用直线连接起来。检测结果如图 7 所示。从图 7 中可以看出, 不管是单人图片、还是多人图片的关键点检测精度都很高。在遮挡情况下, 也能很好地定位人体的关键

点。



(a) 无遮挡的单人图像



(b) 无遮挡的多人图像



(c) 有遮挡的单人图像



(d) 有遮挡的多人图像

图 7 本文算法在不同情况下的检测效果图

Fig. 7 The comparison diagram of the detection results of the improved CPN under different conditions

4 结束语

本文提出了一种基于改进 CPN 的人体骨架关键点检测算法, 采用在 ResNet50 网络的第 3、7、13 和 16 个 Bottleneck 块的输出之后加入 CBAM 模块, 以提高在遮挡和复杂背景情况下人体关键点的定位精度。研究中, 为了减少在上采样过程中产生的冗余背景特征, 将原 CPN 的 2 次上采样过程改为一次。通过实验可知, 本文设计的算法的人体关键点定位精度比原 CPN 高, 同时在遮挡情况下, 也能对

人体关键点进行精确定位。由于在原 CPN 模型中加入了 CBAM,会增加模型的参数量和计算量。后期的研究方向是在不影响模型定位精度的基础上,减少模型的参数量,提高网络的运行速度。

参考文献

- [1] 郭天晓,胡庆锐,李建伟,等.基于人体骨架特征编码的健身动作识别方法[J].计算机应用,2021,41(5):1458-1464.
- [2] 田志强,邓春华,张俊雯.基于骨骼时序散度特征的人体行为识别算法[J].计算机应用,2021,41(5):1450-1457.
- [3] 蔡强,邓毅彪,李海生,等.基于深度学习的人体行为识别方法综述[J].计算机科学,2020,47(4):85-93.
- [4] 边缘,孔小莹,张莉,等.基于卷积神经网络的植物叶片树种识别研究与实现[J].智能计算机与应用,2020,10(10):23-26.
- [5] 李扬志,袁家政,刘宏哲.基于时空注意力图卷积网络模型的人体骨架动作识别算法[J].计算机应用,2021,41(7):1915-1921.
- [6] CAO Z, SIMON T, WEI S E, et al. Realtime multi-person 2d pose estimation using part affinity fields[C]//Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Honolulu, HI, USA;IEEE,2017:7291-7299.
- [7] CHEN L C, HERMANS A, PAPANDREOU G, et al. Masklab: Instance segmentation by refining object detection with semantic and direction features[C]//Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Salt Lake City, UT, USA;IEEE,2018:4013-4022.
- [8] LI Jiahao, LI Bin, XU Jizheng, et al. Fully connected network-based intra prediction for image coding[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2018, 27(7):3236-3247.
- [9] FANG Haoshu, XIE Shuqin, TAI Y W, et al. Rmpe: Regional multi-person pose estimation[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision.Venice;IEEE,2017:2353-2362.
- [10] HE K, GKIOXARI G, DOLLÁR P, et al. Mask r-cnn[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Computer Vision. Venice;IEEE,2017:2961-2969.
- [11] CHEN Yilun, WANG Zhicheng, PENG Yuxiang, et al. Cascaded pyramid network for multi-person pose estimation[C]//Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition.Salt Lake City, UT;IEEE,2018:7103-7112.
- [12] SUN Ke, XIAO Bin, LIU Dong, et al. Deep high-resolution representation learning for human pose estimation[C]//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition.Long Beach, CA, USA;IEEE,2019:5693-5703.
- [13] CAO Z, HIDALGO G, SIMON T, et al. OpenPose: realtime multi-person 2D pose estimation using Part Affinity Fields[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2019, 43(1):172-186.
- [14] YU Zehao, ZHENG Jia, LIAN Dongze, et al. Single-image piece-wise planar 3d reconstruction via associative embedding[C]//Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition.Long Beach, CA, USA;IEEE,2019:1029-1037.
- [15] XIA Fangting, WANG Peng, CHEN Xianjie, et al. Joint multi-person pose estimation and semantic part segmentation[C]//Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition. Honolulu, HI, USA;IEEE,2017:6769-6778.
- [16] PAPANDREOU G, ZHU T, CHEN L C, et al. Personlab: Person pose estimation and instance segmentation with a bottom-up, part-based, geometric embedding model[M]//FERRARI V, HEBERT M, SMINCHISESCU C, et al. Computer Vision-ECCV 2018. Lecture Notes in Computer Science. Cham;Springer,2018,11218:282-299.
- [17] 叶飞,刘子龙.基于改进YOLOv3算法的行人检测研究[J].电子科技,2021,34(1):5-9,30.
- [18] WOO S, PARK J, LEE J Y, et al. Cbam: Convolutional block attention module[M]//FERRARI V, HEBERT M, SMINCHISESCU C, ET AL. Computer Vision-ECCV 2018. Lecture Notes in Computer Science. Cham;Springer,2018,11211:3-19.

(上接第53页)

- [2] 刘燕,秦焕美,潘小松,等.北京市停车换乘需求调查与分析[J].交通运输工程与信息学报,2011,9(3):118-124.
- [3] 李媛,张秀媛.北京市地铁5号线天通苑地区停车换乘需求预测[J].城市交通,2010,8(5):57-64.
- [4] ZHAO Xing, LI Yan, XIA Han. Behavior decision model for park-and-ride facilities utilization[J]. Advances in Mechanical Engineering,2017,9(7):168781401770890.
- [5] TIAN Lijun, LYU Chengrui, ZHAO Yongxiang. The park-and-ride behavior in a cumulative prospect theory-based model[J]. Journal of the Operations Research Society of China,2017,5(3):363-376.
- [6] 向红艳,何素贞,徐韬.基于结构方程的通勤廊道停车换乘行为建模分析[J].重庆交通大学学报(自然科学版),2018,37(2):90-95.
- [7] 姚丽亚,孙立山,关宏志.基于分层Logit模型的交通方式选择行为研究[J].武汉理工大学学报(交通科学与工程版),2010,34(4):738-741.
- [8] HENSHER D A, GREENE W H. Specification and estimation of the nested logit model: alternative normalizations[J]. Transportation Research Part B,2002,36(1):1-17.
- [9] 王山川,关宏志.联合方式划分/交通分配模型的扩展和修正研究[J].土木工程学报,2006(4):116-120.
- [10] BHAT C R. Simulation estimation of mixed discrete choice models using randomized and scrambled Hal-ton sequences[J]. Transportation Research Part B,2003,37(9):837-855.
- [11] HENSHER D A, BRADLEY M, et al. Using stated response data to enrich revealed preference discrete choice models[J]. Marketing Letters,1993,4(2):139-152.
- [12] IVANOVA O. A note on the consistent aggregation of nested logit demand functions[J]. Transportation Research Part B,2005,39(10):890-895.
- [13] JONES S, HENSHER D A. Modelling corporate failure: A multinomial nested logit analysis for unordered outcomes[J]. The British Accounting Review,2007,39(1):89-107.
- [14] 关宏志.非集计模型—交通行为分析的工具[M].北京:人民交通出版社,2004.